

Incontro numero 02

L'incontro precedente si è concluso con il richiamo ad una conferenza fatta – tanti anni fa - all'Osservatorio Astronomico di Trieste da parte di un radio-astronomo americano, durante la quale lo scienziato affermava che – dato che non è pensabile di imporre la Lingua Inglese all'intero Universo – oltre che ricevere i segnali provenienti dal Cosmo, anche inviava - nello spazio - dei segnali modulati secondo delle sequenze matematiche, <<*sperando che le eventuali forme di vita intelligenti che dovessero riceverli disponessero di una Logica sufficientemente prossima alla nostra da renderle capaci di comprendere la nostra Matematica*>>.

Sinceramente, allora non avevo capito pienamente il significato di quanto aveva detto.

La Matematica è la Matematica, cosa c'è da discutere?

Ed invece no; c'è parecchio da dire.

Infatti, appena finita l'Università, liberato dagli impegni degli esami, ho fatto una spesa: mi sono comperato l'Enciclopedia delle Matematiche Elementari, al fine di leggere ciò <<che mi piaceva>> oltre a ciò << che mi serviva>>.

Appena preso in mano il Vol. 1, ho cercato il primo capitolo, certo di trovare qualche cosa che pensavo dovesse assomigliare alla definizione di numero o qualche cosa di simile.

Con mia sorpresa, allora, ho trovato invece un capitolo dedicato alla Logica, che io ho letto con "religiosa" attenzione.

Ci credevo.

Ovviamente di questa Logica daremo un cenno più avanti, ma devo aggiungere qualche cosa prima di affrontare l'argomento.

Dopo essere andato in pensione ho ascoltato/sto ascoltando delle Video Lezioni che le migliori Università mondiali mettono in rete.

In particolare, anche l'Università di Madras (India) ha messo in rete una serie di lezioni – in lingua inglese - sotto il titolo: **Discrete Structures**, e la **Lecture 1** parla proprio di **Propositional Logic**, e continua la trattazione della Logica anche nelle lezioni successive.

Ad un certo punto si arriva ad un risultato particolare (di cui si parlerà), dove la docente si ferma e fa una affermazione - che mi ha molto colpito - del tipo che segue:

<<Come Indiana, cresciuta nell'ambito della Logica Indiana, più vecchia della Logica Greca di circa 2000 anni, il risultato al quale siamo appena arrivati non mi piace, ma, poiché la Storia insegna che la Logica di Aristotele è risultata essere più efficace della Logica Indiana, vi insegnerò la Logica di Aristotele>>.

A parte il rispetto per chi si mette in discussione, e non impone i propri pre-concetti agli altri, ho capito alcune cose:

- La Logica che ho letto come primo argomento nella Enciclopedia delle Matematiche Elementari non è l'unica, ma per il momento è solo la più efficace (che non significa: VERA).
- Tale Logica ha radici che risalgono ad Aristotele, ma esistono anche Logiche più antiche, che hanno radici certamente nella cultura indiana, ma anche – non ne so nulla, ma non ne sarei particolarmente sorpreso – nelle culture cinese, egiziana, ecc.
- Esiste inoltre un'altra Logica, questa volta moderna: la Logica Fuzzy o Logica Sfumata, proposta in modo organico da Lotfi Zadeh (1965) negli Stati Uniti, ma in qualche modo già anticipata da altri "grandi" del nostro pensiero: Cartesio, Russel, Einstein, Heisenberg, Lukasiewicz e Max Black.

Cioè: di Logiche ce ne possono essere tante.

Non fa quindi meraviglia che in una eventuale civilizzazione aliena ci possa esistere una propria logica del tutto diversa dalla nostra, e quindi, pur essendo intelligente, possa non capire la nostra Logica, e quindi la nostra Matematica e di conseguenza possa non essere in grado di comunicare con noi.

Tanto più che, anche a livello biologico, già ai miei tempi di studente si diceva che – come noi viviamo la *biologia del Carbonio* – non possiamo escludere “*a priori*” che possano esistere delle forme di vita aliene che vivono altre biologie, come p. es. la *biologia del Silicio*.

Per confermare la “*possibilità*” che qualche cosa di simile possa accadere, appare sufficiente citare l’esistenza di prove sperimentali del fatto che:

- sulla Terra primitiva c’era una atmosfera ricca di metano, ammoniaca ed azoto, e - ciononostante - esistevano delle forme di vita che da questa atmosfera traevano energia.
- solo più tardi, la nascita e lo sviluppo di un’alga - la cui biologia operava in accordo con la reazione clorofilliana - ha fatto sì che la nostra atmosfera si sia gradualmente arricchita di ossigeno, e quindi abbia “*avvelenato*” e fatto sparire le precedenti forme di vita ed abbia portato alla vita come la conosciamo oggi.

Che la vita extra-terrestre sia possibile è un evento la cui probabilità aumenta man mano che le nuove scoperte fatte dall’attuale **Astronomia di precisione** dimostrano l’esistenza sempre più numerosa di pianeti compatibili con forme di vita, anche se non necessariamente coincidenti con la vita come noi la conosciamo.

LOGICA

LOGICA PROPOSIZIONALE

Proposizione: affermazione che contiene un valore di verità, cioè una affermazione alla quale siamo in grado di attribuire la proprietà VERA o FALSA.

ESEMPI: <<5 è un numero dispari>> Proposizione VERA
<<Roma è la capitale della Francia>> Proposizione FALSA
<<Mi piacerebbe passare l'esame senza studiare>> : NON è UNA
PROPOSIZIONE, QUINDI NON HA SENSO PRENDERLA IN CONSIDERAZIONE.

Le Proposizioni possono essere combinate fra loro per costruire proposizioni più complesse utilizzando dei **connettivi**: "e", "o", "non", "se allora", ecc.

Viene detta **proposizione atomica** una proposizione che non può essere ottenuta da proposizioni più semplici.

Per esprimere i concetti della Logica non appare opportuno utilizzare il linguaggio naturale: è *troppo complesso ed ambiguo*.

È per questo che si costruisce un **LINGUAGGIO FORMALE**, composto da:

- un **ALFABETO** : per costruire le "frasi", che altro non sono se non "sequenze di simboli",
- una **SINTASSI** : per identificare/distinguere le sequenze di simboli che sono accettabili/hanno un senso – dette anche << **FORMULE BEN FORMULATE (FBF)**>> - da quelle che sono prive di senso, e quindi non sono accettabili, per le quali è inutile sprecare tempo ed energia.

Solo alle FBF verrà infine assegnato un significato (**VERO** o **FALSO**), e questo è il compito della **SEMANTICA**.

Simboli per indicare le proposizioni: A, B, ... oppure: A_1, A_2, \dots

Simboli per indicare i connettivi: \neg (not), \wedge (and), \vee (or), \rightarrow (se ... allora ...), ...

Simboli accessori: parentesi e virgole

Viene introdotto anche il simbolo: \perp per indicare: falsità, assurdo.

Regole di sintassi:

- A, B, C, ... ed anche \perp sono FBF
- se P e Q sono FBF, anche $(\neg P)$, $(P \wedge Q)$, $(P \vee Q)$, $(P \rightarrow Q)$ sono FBF.

Onde evitare un uso eccessivo di parentesi, conviene stabilire delle priorità fra i connettivi:

priorità più alta	\neg
*	\wedge
*	\vee
priorità più bassa	\rightarrow

P.es.: $A \wedge \neg B \rightarrow C$ deve essere interpretata come: $((A \wedge (\neg B)) \rightarrow C)$.

La SEMANTICA del CALCOLO PROPOSIZIONALE

Si tratta, a questo punto, di dare un significato: **VERO = 1** o **FALSO = 0**, alle formule sintatticamente corrette (le FBF).

Per fare questo non rimane che analizzare i connettivi e definire – per ciascuno di essi – la corrispondente TAVOLA DI VERITA’.

NEGAZIONE

\neg NOT

P	$\neg P$
1	0
0	1

CONGIUNZIONE

\wedge AND

P	Q	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

VEL

AUT AUT

DISGIUNZIONE

\vee OR

P	Q	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

DISGIUNZIONE ESCLUSIVA $\dot{\vee}$ XOR

P	Q	$P \dot{\vee} Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

IMPLICAZIONE

\rightarrow

(SE ALLORA)

P	Q	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

È di fronte a questa TAVOLA DI VERITA’ che la docente di Madras si è soffermata ed ha detto la frase sopra riportata.

Il fatto che, partendo da una premessa falsa, qualunque sia la conclusione a cui si arriva ci porta ad una proposizione “vera”, andava “contro” la sua mentalità.

Al contrario, tale posizione rientrava nella mentalità dei latini, che affermavano che, partendo da una premessa falsa, è possibile dimostrare qualsiasi cosa.

<<Se la Luna fosse fatta di formaggio, le mucche volerebbero con le rondini>> è una proposizione sintatticamente corretta e vera!!!!

LOGICA DEI PREDICATI

Il calcolo ora introdotto è ancora poco espressivo.

Non permette di esprimere il concetto che una proprietà P vale per tutti gli elementi di un certo insieme, o se esiste uno ed un solo elemento che gode di una certa proprietà.

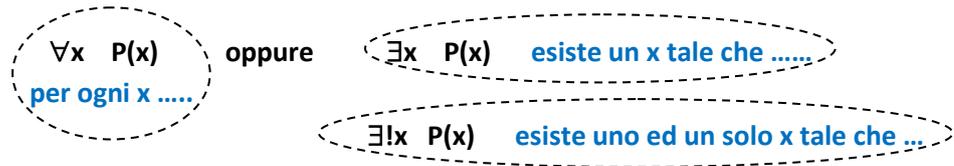
È quindi necessario introdurre altri simboli, detti <<quantificatori universali>>:

\forall	per ogni
\exists	esiste
$\exists!$	esiste ed è unico

Date p.es. delle proposizioni A, B, C, D , hanno "diritto di cittadinanza" frasi del tipo:

$$((A \vee B) \rightarrow (C \vee D)) \text{ oppure } ((A \rightarrow B) \rightarrow (\neg C))$$

o anche:



A partire da questo punto ha inizio lo sviluppo di una teoria a portata amplissima, che coinvolge p.es. tutte le tecniche di dimostrazione dei teoremi che si incontrano in Matematica/Geometria.

Ma noi ci fermiamo qui.

LOGICA FUZZY

La logica precedente ha il pregio di dare una disciplina alla concatenazione delle idee al fine di arrivare a conclusioni che definiamo <<logiche>>.

Ha però un difetto: una concatenazione di idee può essere o VERA o FALSA, e niente altro.

La vita normale di un essere umano è caratterizzata - invece - da SFUMATURE/TONI DI GRIGIO:

- Per attraversare una strada non rilevo la velocità del veicolo che sta sopraggiungendo, poi calcolo i secondi che impiega per arrivare da me, poi calcolo i secondi che impiego per attraversare la strada, e - se i numeri mi convincono - inizio a camminare.
- "Di solito" guardo il veicolo, stimo ad occhio se ce la faccio e - senza perdere tempo - magari affretto il passo ed attraverso la strada.
Per fortuna, questa stima è "quasi sempre" sufficientemente corretta, cioè l'attraversamento della strada avviene con successo.

Il primo ricercatore che non solo ha criticato la Logica tradizionale, ma che è anche riuscito a proporre - nel 1965 - una Logica alternativa ben strutturata: la Logica Sfumata o Logica Fuzzy, è Lofti Zadeh, professore all'Università di Berkeley (California).

Inizialmente accolta in modo molto freddo, se non addirittura ostile, dal mondo accademico, questa teoria venne valorizzata - presso l'Università di Londra - circa 10 anni più tardi quando il prof. Mamdani, seguendo una tesi di laurea in Ingegneria Meccanica,

cercava, assieme ad un suo allievo, di gestire via computer il funzionamento di un generatore a vapore.

Trovando delle difficoltà con gli ordinari mezzi/logiche di programmazione, ha/hanno tentato di provare ad usare la Logica Fuzzy di Zadeh per costruire un software per la gestione automatica di detto generatore.

Il risultato fu notevole, ed il generatore poté essere gestito *“con facilità”*.

Anche in Giappone, negli anni '80, si arrivava ad applicazioni di tale Logica, presso le Università di Tokio (Terano & Shibata) e di Kansai (Tanaka & Asai).

Fatto sta, da questo momento in poi non c'è stato più limite alla applicazione di questa Logica, ed anche su applicazioni le più varie.

La Logica Fuzzy mette in discussione il concetto di logica binaria: vero o falso.

A differenza della Logica Binaria, la Logica Fuzzy non impone confini rigidi fra due categorie, bensì ammette confini flessibili, in accordo con il giudizio soggettivo di ciascuna persona.

P.es., possiamo dire che un bambino appena nato è certamente giovane, come è giovane un ragazzo di 15 anni ed un uomo di 30 anni.

Possiamo anche dire che un uomo di 90 anni è vecchio.

Ma quando si passa il confine fra l'essere giovani e l'essere vecchi?

Secondo la Logica tradizionale, se poniamo il limite p. es. a 40 anni, cosa accade?

Ieri avevo 40 anni meno un giorno ed ero “giovane”; oggi ho 40 anni e un giorno, e sono “vecchio”: ma non è questo il modo di sentire quotidiano.

Zadeh preferisce assegnare al concetto di <<giovane – vecchio>> una gradualità di passaggio:

un bambino appena nato appartiene alla categoria “giovani” al 100%.

a 20 anni non si è più giovani come a 0 anni: 80%?

In ogni caso si potrebbe pensare ad un grafico del tipo:



Accettando questa impostazione, tutte le probabilità che vengono assegnate agli eventi cambiano, come cambia il linguaggio utilizzato per esprimere i concetti.

Adesso hanno diritto di cittadinanza frasi del tipo: <<abbastanza caldo>>, <<se c'è acqua a sufficienza>>, ecc.

I programmi che ne derivano sono flessibili, si adattano alla realtà alla quale sono applicati, rimangono sempre affidabili, probabilmente più affidabili dei programmi costruiti con riferimento alla Logica tradizionale.

Per quanto *“mi risulta”* (non pretendo di offrire certezze su un argomento che non ho mai direttamente applicato), l'applicazione della Logica Fuzzy è molto diffusa nella tecnologia: gli aerei che atterrano in modo automatico, le automobili che parcheggiano da sole, ecc. sono guidati/e da programmi fondati sulla Logica Fuzzy.

La Logica Fuzzy è inoltre richiamata – sempre – nelle sue applicazioni all'Intelligenza Artificiale.

Una cosa è certa: *per quanto abbiamo visto la Logica è una convenzione umana, molto utile al fine di permettere la comunicazione fra gli Uomini, ma è e rimane una convenzione umana.*

Al punto che, a seconda di come si impostano le cose, la Logica può anche cambiare, per cui la definizione che spesso si sente fare:

<<La Logica è la Scienza del corretto ragionare>>

sarebbe forse più corretta se, anziché parlare di Scienza (sottinteso: VERA) si parlasse di convenzione fra Uomini e per gli Uomini.

Mi si perdoni se voglio concludere con un aneddoto.

Portato da una nave, sono arrivato a Matadi, porto fluviale del fiume Zaire (oggi ha probabilmente cambiato nome date le vicissitudini politiche africane), al quale si arriva dopo circa 8 ore di navigazione risalendo il fiume.

Giunto sul posto, il Comandante ha organizzato per me, l'Ufficiale RT di bordo e la moglie del 1° Ufficiale una escursione in macchina.

L'autista, impiegato della Compagnia di Navigazione, ci chiede:

<<Preferite andare in savana o preferite l'autostrada?>>

Ovviamente: la savana non la vedremo più, l'autostrada la vediamo quando vogliamo, ed abbiamo scelto la savana.

Ad un certo punto ci ritroviamo letteralmente in un cimitero, senza accorgersi.

Nel fare retromarcia ci troviamo di fronte a numerosi abitanti della zona, tutti schierati ed arrabbiati in quanto avevamo profanato il loro cimitero.

L'autista ci invita alla calma (... *non eccitiamoli* ...), e va a parlare con un loro rappresentante.

Cosa era successo?

Le capanne erano tutte dello stesso colore della savana in quanto costruite con lo stesso materiale, e noi avevamo attraversato il loro villaggio senza accorgercene.

Risolto il problema “grave”, poi gli abitanti si sono anche dimostrati “amici”, ci hanno fatto visitare il loro cimitero, il villaggio e ci hanno anche portato a vedere le rapide e le cascate del fiume Zaire.

Nel visitare – successivamente - il cimitero “con calma” abbiamo osservato come tutte le tombe fossero fatte a forma di automobile, con sopra una croce.

Abbiamo chiesto una spiegazione all'assistente sociale, presente nel villaggio, che proveniva dalla capitale: Kinshasa, e lei ci ha detto che il villaggio aveva avuto due stregoni:

- uno, animista, che affermava che con la tomba a forma di automobile si va più comodamente/rapidamente in Paradiso,
- l'altro, cristiano, che ha parlato della Croce come mezzo per salvare l'anima.

Gli abitanti del villaggio avevano fatto la cosa più logica: avevano sommato i due simboli. Almeno uno dei due, probabilmente, avrebbe funzionato!

Ma la parte veramente interessante doveva ancora venire.

Lo stregone animista era nel villaggio, e - con l'aiuto dell'assistente sociale - sono riuscito a comunicare con lui, e gli ho chiesto di spiegarmi la sua Religione.

Lui mi ha dato una risposta del tipo:

<<Gli Uomini tutti sono limitati; riescono a comunicare in parte con un cane, con un gatto o con un uccellino perché la loro "testa" ha qualche cosa in comune con queste creature. Però anche la pietra ha un'anima, in quanto appartiene all'Universo, con la sola differenza che la sua sensibilità sta <<al di fuori dell'orizzonte umano dei 5 sensi>>, il che significa che noi non possiamo comunicare con la pietra>>.

Devo dire la verità:

mi ero avvicinato al colloquio pieno di curiosità, ma non nego anche con un sentimento misto di scetticismo e di superiorità, e sono andato via veramente colpito da quanto avevo sentito, al punto da averlo voluto raccontare anche a voi.

Oggi un problema simile si propone – sempre più concretamente - nell'ipotesi che un giorno si possa comunicare con degli alieni.

Il ruolo della "nostra" Logica cambia aspetto, e diventa una convenzione per poter comunicare fra esseri umani in modo univoco, senza i guai che nascono dalle incomprensioni delle parole che si stanno dicendo.

È importante fra gli Uomini, certamente, ma è e rimane sempre e solo una convenzione "umana", con tutti i limiti che l'Essere Umano comporta.