LA MECCANICA QUANTISTICA COMPIE CENT ' ANNI

INTRODUZIONE.

All'inizio del '900 la fisica si trova a dover giustificare alcune evidenze sperimentali non spiegabili con le teorie classiche esistenti. Einstein attraveso la Relatività Ristretta (RS) e Generale (RG) risolve alcune discrepanze altre troveranno una spiegazione attraverso la Meccanica Quantistica (MQ).
La MQ segue una logica che spesso esula dal senso cumune perciò a volte la sua comprensione risuta difficile. Tocca accettare le sue previsioni senza necessariamente capirla a fondo.
Molti fisici non l'hanno accettata in parte o in toto e ricercano ancora teorie alternative. Facciamo alcuni esempi.

EINSTEIN:
L'idea che un elettrone possa liberamente scegliere l'istante e la direzione in cui spiccare il salto è per me intollerabile. Se fosse cosi' preferirei fare il ciabbattino o il biscazziere, piuttosto che il fisico. In (Einstein & Born,1973)

Più la teoria dei quanti ha successo ,più sembra una sciocchezza. (Lettera ad Heinrich Zangger,20 mggio 1912)

E' indubitabile ,a mio parere, che questa teoria contenga un frammento della verità ultima. (Einstein A., 1931)

Situazione inaccettabile da tutti coloro che non sono “disponibili ad abbandonare senza combattere una causalità rigorosa”.

BOHR :
Chi non rimane sconvolto ,quando si imbatte per la prima volta nella teoria quantistica , non può assolutamente averla compresa. Cit.in (Kumar,2012,p.9)

SCHRODINGER :
Non mi piace e mi spiace averci avuto a che fare.

Se questi dannati salti quantici dovessero esistere , rimpiangerò di essermi occupato di meccanica quantistica. In (Heisemberg,Fisica e oltre,1984).

HEISEMBERG:
Quanto più penso agli aspetti fisici della teoria di Schrodinger, tanto più repellenti li trovo. Heisemberg a Pauli, 8 giugno 1926, in (Cassidy,1996,p.236).

FEYNMAN:
Penso si possa tranquillamente affermare che nessuno capisce la meccanica quantistica. In (Kumar,2012,p.340).

Al di là di queste considerazioni, la MQ è la teoria più precisa che abbiamo. Per dare un'idea, la misura di una certa grandezza fisica che può venir misurata in laboratorio viene calcolata dalla teoria con un errore massimo relativo che è dell'ordine di $6 10^{-10}$,facendo riferimento alle distanze, di 0.6 mm su 1000 km!

1- CRISI DELLA FISICA CLASSICA

1.a. SPETTRO DEL CORPO NERO Max Planck - 1900

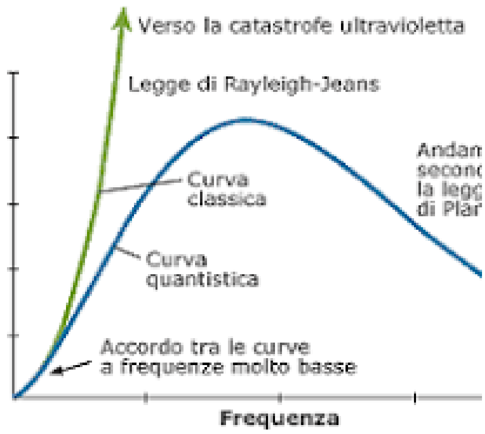
La MQ nasce il 14 dicembre del 1900 quando Max Planck risolve il problema dell'emissione di energia da parte di un corpo nero. Il corpo nero può essere assimilato ad una scatola chiusa con le pareti poste ad una temperatura T . Le cariche elettriche della parete si muoveranno a seguito dell' agitazione termica ed emetteranno in accordo con le leggi dell'elettromagnetismo, onde elettromagnetiche (EM) all'interno della cavità. A loro volta le onde EM trasferiranno energia alle pareti fino ad arrivare ad una condizione di equlibrio termico.Tale energia presente nella scatola segue la legge di Rayleigh-Jeans 1a), essa dipende dalla temperatura T e dalla frequenza f dell'onda. Praticando un foro su una parete si può calcolare l'energia EM che esce dal foro ogni secondo per unità di superfice,l'intensità di radiazione. Eseguendo il calcolo su tutte le frequenze possibili si ottiene una curva come in fig. 1a RJ. L'intensità sarà proporzionale all'area sotto la curva che tende all'infinito e quindi l'intensità della luce emessa sarà infinita . .
(catastrofe ultravioletta)) .Ciò non è vero!
Le prove sperimentali davano una una curva come quella che appare sempre in fig.1a SP.

Planck risolve il problema ipotizzando che per ogni frequenza **f** l'energia fra radiazione (onde EM) e materia (pareti) deve essere **scambiata** per multipli interi di una quantità costante **E = h f**, detto **quanto di energia** , $h = 6{,}63\ 10^{-34}$ J s .
Si può inoltre dimostrare che la legge di RJ e quella di Planck 1b) coincidono per basse frequenze.(vedi appendice A1). Planck costruisce la sua legge nel tentativo di avere una formula matematica che fosse in accordo con i dati sperimentali. Perchè funziona? La meccanica statistica ci spiega che i quanti con alta frequenza partecipano di rado allo scambio di energia ,quindi per basse frequenze l'emissione avviene facilmente (legge RJ) mentre per alte frequenze ha meno probabilità di avvenire e tende a zero.

1a.) $$E(f,T) = kTf^2 / c^2$$

1b) $$E(f,T) = \frac{hf^3}{c^2} \frac{1}{e^{hf/kT} - 1}$$

fig.1a



1.b. EFFETTO FOTOELETTRICO Albert Einstein - 1905

In estrema sintesi Eintein risolve il problema dell'effetto fotoelettrico dimostrando che la luce può strappare elettroni da un metallo incidendo su di esso solo se la sua frequenza **f** è maggiore di una frequenza di soglia o frequenza di estrazione **f_0. ,** tutto ciò in accordo con i dati sperimentali.
La teoria classica invece non era in grado di spiegare tali dati in quanto ammetteva che la luce ,onde EM, potesse investendo il metallo, far oscillare gli elettroni fino a farli uscire,quindi spiegava il fenomeno dicendo che l'energia cinetica **K** degli elettroni emessi dipendeva dall'intensità della radiazione **I** proporzionale al quadrato del campo elettrico **E.**

Secondo Eistein invece la luce è fatta di fotoni di energia **E=hf** .I singoli fotoni colpiscono gli elettroni e sono in grado di estrarli solo se possiedono una frequena **$f > f_0$** , quindi definendo **E** il lavoro di estrazione l'energia cinetica **K** degli elettroni estratti sarà

$K= hf -hf_0$.

E' poi evidente che all'aumentare dell'intensità della luce capace di estrarre aumenteranno anche gli elettroni estratti.

Einstein pone il problema della natura corpuscolare della luce!

Se la luce è quantizzata perchè non vediamo i singoli fotoni? Perchè non appaiono come singoli lampi di luce? Perchè l'energia di un fotone è troppo piccola. In 1 watt di luce “rossa” ci sono 3 10^{18} fotoni che colpiscono il nostro occhio in 1 s! Per questo non li vediamo singolarmente. Cioè N hf =1 J = 1 Ws, quindi N = 1/ 6,63 10^{-34} 450 10^{-12} che vale 3 10^{18}.

1.c. ATOMO DI BOHR 1913

Niels Bohr propone un modello planetario dell'atomo che mescola teoria classica,meccanica ed elettromagnetismo , con la teoria dei quanti .Quantizza il momento angolare.
Egli pone alla base del suo atomo le seguenti considerazioni:

1) l'elettrone nel suo moto orbitale attono al nucleo possiede un momento angolare **L = mvR** dove m è la sua mssa,v la velocità ed R il raggio dell'orbita. La quantizzazione porta a dire che **L = n h/2π** cioè un multiplo di "accatagliato".

2) Quando un elettrone ruota su di un orbita quantizzata non emette radiazione E.M. Questo è in netto contrasto con la teoria dell'elettromagnetismo la quale afferma che una carica in accelerazione (in questo caso centripeta) emette onde E.M.

3) Un elettrone può emettere o assorbire energia solo passando da un livello energetico ad un altro emettendo o assorbendo un quanto di enrgia **hf.** Quindi ad esempio
$\mathbf{E_2 - E_1 = hf}$

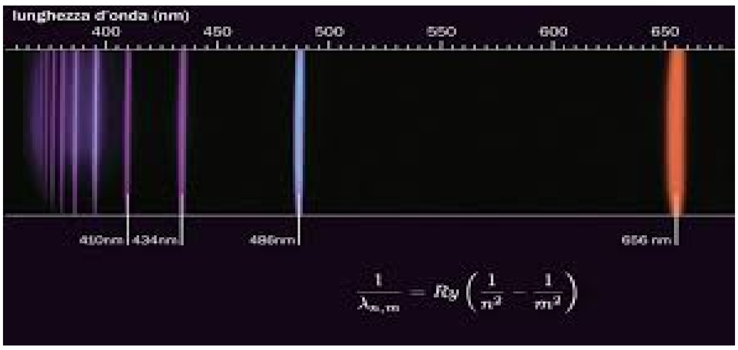
La teoria di Bohr è spesso contradditoria ma funziona!

Inoltre la teoria rende ragione dello spettro E.M. che un atomo eccitato termicamente emette. Le lunghezze d'onda delle righe osservate sperimentalmente erano descritte da una formula trovata ne 1888 da **Rydberg,Balmer**:

$\mathbf{1/\lambda = R\,(1/2^2 - 1/n^2)}$ con n= 3,4,5,... $R = e^4\ m / 8\ \varepsilon_0^2\ h^3$
e carica elettrica m massa dell'elettrone

$R = 1{,}097\ 10^7\ \ m^{-1}$ per l'atomo di idrogeno.
La teoria di Bohr descrive correttamente tali lunghezze d'onda e spiega la buona stabilità atomica .
Per una trattazione completa dell'atomo di Bohr si rimanda allappendice A2.

Spettro dell'atomo di idrogeno. Fig.1.c.



1.d. LE ONDE DI DE BROGLIE 1924

Nel 1924 Louis de Broglie nella tesi di dottorato propone una teoria rivoluzionaria e cioè che ad ogni particella di massa **m** è associata un onda e quindi una lunghezza d'onda **λ** collegata con la quantità di moto **mv** della stessa dalla relazione :

$\lambda = h/mv$.

Tale relazione completa l'aspetto corpuscolare delle onde andando d attibuire alla massa caratteristiche ondulatorie.

Inoltre essa giustifica perfettamente la quantizzazione del momento angolare di Bohr. Infatti se consideriamo un onda (ad es, elettrone) che si muove su di una circonferenza chiusa per essere stazionaria, cioè con frequenza costante e lunghezza d'onda costante, la circonferenza deve essere "coperta" da un numero intero di lunghezze d'onda , altrimenti avremo una interferenza distruttiva tra le onde e la sua oscillazione andrebbe a zero. (fig. 1.d)

Quindi **$2\pi R = n\lambda$** ma poiché **$\lambda = h/mv$** allora **$2\pi R = nh/mv$** e quindi **$mvR = nh/2\pi$**

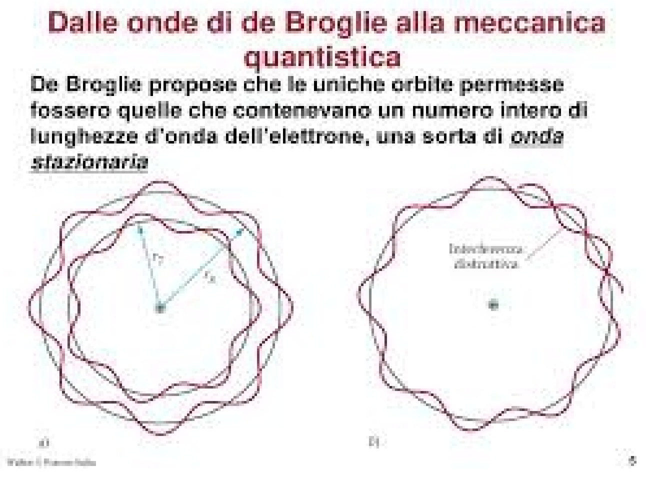
che è la quantizzazione del momento angolare di Bohr!

Perchè questa relazione non viene utilizzata nel mondo macroscopico?

Perchè gli aspetti ondulatori della materia si manifestano quando gli oggetti materiali hanno dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda della luce. Se la luce incontra una lente ,oggetto macroscopico, utizziamo **l'ottica geometrica** per descrivere ciò che succede (raggio di luce) ma se invece la luce incontra oggetti di dimensioni paragonabili con la sua lunghezza d'onda allora si hanno fenomeni di interferenza e di diffrazione e trattiamo la luce come onda **(ottica fisica).**

Facciamo un esempio : **λ** associato ad un granello di polvere è circa pari a 10^{-16} m, $mp=10^{-15}$ kg, vp=1cm/s ; $me=10^{--30}$ kg, ve=2.8 10^{6} m/s.

λ associato all'elettrone è 3,2 10^{-10} m ,che sono circa le dimensioni della circonferenza dell'atomo di idrogeno, ecco perche gli aspetti ondulatori della materia diventano importanti! Fig.1.d.



2 - I PRINCIPI DELLA MECCANICA QUANTISTICA

Dal 1925 al 1927 la MQ prende corpo a seguito degli studi di **Schrodinger, Heisemberg e Dirac.** Schrodinger propone una formulazione che passa sotto il nome di meccanica ondulatoria, Heisemberg propone una formulazione chiamata delle matrici. I due formalismi in apparenza diversi vengono successivamente dimostrati equivalenti da Dirac. Utilizzeremo il formalismo di Schrodinger perchè più semplice, lavorando per semplicità lungo la variabile posizione x. Il cuore di tale formulazione sta nel concetto di **funzione d'onda,**il risultato di misure fatte su di un sistema sono operazioni algebriche eseguite su questa funzione la cui evoluzione è descritta dall**'equazione di Schrodinger.**

Confrontiamo ora i principi della fisica classica **(FC)** con quelli della meccanica quantistica **(MQ**)
cercando corrispondenze.

FC1) Lo stato di un sistema è dato assegnando posizione,tempo,massa, carica ,temperatura...tutte grandezze misurabili in linea di principio.

MQ1) Lo stato di un sistema è dato assegnando la sua funzione d'onda $\psi (x,t)$ che contiene **TUTTA** l'informazione relativa al sistema.

FC2) Se si effettua una misura ad es. sulla posizione ho un risultato deterministico x che mi dice dove fosse il sistema in quell'istante di tempo.

MQ2) Si ha che $P(x,t) = |\psi (x,t)|^2$ rappresenta la densità di probabilità di trovare il sistema nella posizione x al tempo t.

FC3) L'evoluzione di un sistema è fornito dalla seconda legge della dinamica $\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$.

MQ3) L'evoluzione temporale di un sistema si ha risolvendo l'equazione di Schrodinger

$ih\,\psi_t = H\psi$ dove ψ_t è la derivata parziale di ψ rispetto a t. **H** è l'hamiltoniano del sistema, cioè la somma dell'energia potenziale e cinetica.

FC4) Le grandezze che descrivono la fisica possono essere misurate anche contemporaneamente e gli errori associati sono solo tipici della misura.

MQ4) **Il principio di indeterminazione di Heisemberg.**

Alcune coppie di grandezze non possono essere misurate contemporaneamente con una precisione arbitraria. Ovvero non possiedono contemporaneamente valori fisici definiti.

MQ4 bis) Due fermioni identici non possono stare nello stato individuale.

FC5) Le **forze** in gioco sono quelle **gravitazionali ed elettromagnetiche.**

MQ5) Le **forze** in gioco sono quelle **elettromagnetiche**, in seguito verranno inserite quelle **deboli** (Fermi 1933) e **forti** (Gell-Mann 1953). Le forze **gravitazionali non** sono inserite inizialmente nella trattazione.

2.a. LA FUNZIONE D'ONDA

La funzione d'onda **ψ (x,t)** descrive lo **stato di un sistema** (ad es. particelle) . Essa è complessa cioè **$\psi(x,t) = \psi(x,t)_{re} + i\,\psi(x,t)_{imm}$** dove **i** è l'unità immaginaria tale che **$i^2 = -1$.**

La necessità che sia complessa nasce dal fatto che il suo modulo quadro ,che come vedremo rappresenta una probabilità sia positivo. Inoltre la sua complessità si adatta all' equazione di Schrodinger che ha una parte immaginaria . La parte immaginaria nasce dalla necessità che essa ha di descrivere un comportamento ondulatorio unito al fatto che l'integrale della probabilità di cui sopra deve essere ugale ad 1.

La funzione d'onda contiene tutta l'informazione relativa al sistema . Non è direttamente misurabile è una funzione matematica.

Secondo l'interpretazione di **Born (1927)** il suo modulo quadro $|\psi(x,t)|^2$ è legato alla probabilità di trovare il sistema (particella) in un certo intervallo di spazio nell'istante di tempo t.

Legge di Born : **$dP = |\psi(x,t)|^2\, dx$ è la probabilità di trovare la particella nell'intervallo dx se si effettua su di essa una misura.**

$\psi(x,t) = (\psi(x,t)^2_{re} + \psi(x,t)^2_{imm})^{1/2}$

Tale probabilità è non epistemica cioè non è duvuta ad una nostra mancanza di informazione ma è intrinseca al sistema . La probabilità classica è di contro epistemica cioè dovuta ad una nostra mancanza di informazione sui parametri di un sistema (lancio di una moneta).

2.b. L'EQUAZIONE DI SCHRODINGER

Se conosciamo la funzione d'onda in un certo istante vorremmo sapere come evolverà nel tempo. Il comportamento nello spazio e nel tempo di una particella di massa m sarà descritto dall'equazione di Schrodinger.

$ih\,\psi_t(x,t) = H\psi(x,t)$ dove ψ_t è la derivata parziale di **ψ** rispetto a t. **H** è l'hamiltoniano del sistema, cioè la somma dell'energia potenziale e cinetica. **Essa sostituisce la seconda legge della dinamica di Newton.** Tale equazione è deterministica . (vedi A3)

Possiamo quindi calcolare il moto di una particella secondo la MQ.

Devo quindi scrivere l'equazione di Schrodinger e risolverla in base alle condizioni iniziali poste. Il procedimento è decisamente complicato, daremo quindi il risultato finale nel caso di una particella libera cioè non soggetta a forze. Per una trattazione leggermente più completa si rimanda all'appendice A3.

La soluzione sarà una funzione d'onda che può essere scritta come sommatoria di infinite onde ognuna con una lunghezza d'onda **$\lambda_i = 2\pi / k_i$** e frequenza **$f_i = \omega_i / 2\pi$** dove la velocità dell'onda è **$v = \lambda_i f_i$**.

$\psi(x,t) = \Sigma A_i \cos(k_i x - \omega_i t)$

Il risultato di tale somma è il " cosiddetto" **pacchetto d'onde** mostrato in fig. 2.b. In realtà la somma sopra espressa è un integrale su **k** e l'ampiezza dell'onda $\mathbf{A_i}$ è una gaussiana che inviluppa le onde ,l'onda risultante quindi non è più un onda piana che si estende all'infinito ma risulta localizzata nello spazio. Analogamente è limitata nello spazio la relativa probabilità **P(x)**.

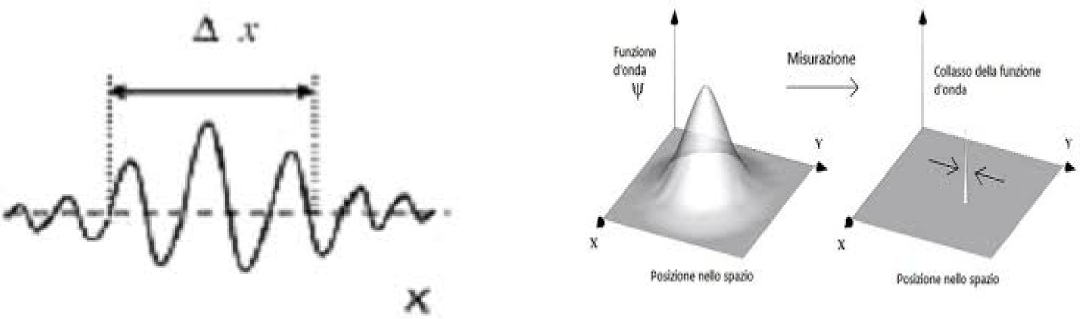


fig.2.b.

La probabilità in figura è riferita allo spazio e non lungo x. Il pacchetto d'onda rappresenta quindi la particella. Come evolve nel tempo tale pacchetto e la relativa probabilità? In pratica come varia la localizzazione della particella lungo x nel tempo? Poichè la velocità di gruppo delle onde materiali dipende da **k** che è legato a **λ** il pacchetto formato da onde di **λ** diversi tende a disperdersi cioè ad allargarsi nella direzione x come pure la probabilità **P(x).** La probabilità inoltre oltre ad allargarsi nel tempo si abbassa in modo tale che l'area sottesa dalla campana sia sempre 1. vedi appendice A3.

Supponiamo ora di voler misurare ad un certo istante **t** una grandezza fisica relativa alla particella ad esempio la posizione **x.** Bohr ed Heisemberg proposero nel 1927 la seguente interpretazione della MQ ,detta **interpretazione di Copenaghen.** Se eseguiamo una misura sulla particella per determinarne la posizione allora la funzione d'onda **"collassa"** intorno al risultato della misura e di conseguenza cambia forma anche la relativa probabilità, diventa cioè estremamente stretta al punto tale che la posizione è quasi certa. L'equazione di Schrodiger applicata a questa nuova condizione iniziale descriverà l'evoluzione del sistema. Di tutti i possibili risultati prima della misura se ne verifica uno solo, tale **ψ (x,t)** è una **"delta" di Dirac** uguale a ∞ **per x=x0 e 0 per x≠x0.**

Ciò che causa il " collasso" è una qualunque interazione del mondo esterno con il sistema. Può essere dovuta ad esempio ad un fotone che colpisce la particella ed è indipendente dal fatto che ci sia qualcuno che osserva il risultato della misura!

L'equazione di Schrodinger è lineare in quanto la **ψ (x,t)** compare alla prima potenza ,ciò vuol dire che se esistono due soluzioni **ψ_1 (x,t)** e **ψ_2(x,t),** allora potrà esistere una soluzione che è combinazione lineare delle due cioè: **$\psi (x,t) = a\psi_1 (x,t) + b\,\psi_2(x,t)$** con a e b tali che

$a^2 + b^2 = 1$, con a e b complessi, a^2 e b^2 rappresentano le probabilità di avere gli stati **ψ_1 e ψ_2.**

Come già detto in MQ la funzione d'onda **ψ (x,t)** descrive completamente lo stato di un sistema e ci da il massimo dell'informazione, quindi una qualunque previsione che volessimo fare sul risultato di una misura è probabilistica. **La probabilità è intrinseca alla realtà. Probabilità non epistemica.** Contro questa interpretazione combattè lungamente Einstein cercando la parte "mancante" della teoria. **Secondo Einstei la realtà è inconoscibile (carenze sperimentali) ma definita.**

2.c. IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE DI HEISEMBERG

Tale principio è uno dei cardini della MQ ,in realtà Heisemberg nelle due versioni che fece nel 1927 e nel 1930 non usò mai il termine principio ma sempre quello di **relazioni di indeterminazione o relazioni di inesattezza o imprecisione .** La versione più nota riguarda la coppia di grandezze posizione **x** e quantità di moto **p,** dove **p=mv.**

Versione 1927:

Per ogni sistema fisico esistono alcune coppie di grandezze fisiche che non possono essere conosciute contemporaneamente con precisione arbitraria . Il prodotto delle relative incertezze dovrà essere sempre maggiore od uguale a **h/2π ,** *nel caso della coppia x,p* $\Delta x\, \Delta p \geq h/2\pi$**.**

Le coppie di grandezze in questione non sono scelte a caso ma sono grandezze coniugate (compaiono assieme nelle espressioni dell'energia).

Il significato fisico è il seguente: se vogliamo determinare la posizione della particella possiamo illuminarla. A questo punto anche un solo fotone trametterà ad essa la sua quantità di moto in modo casuale (processo da trattare con l'equazione di Schrodinger che da risultati casuali), quindi la particella avrà dopo la misura una quantità di moto diversa da quella precedente e quindi non potremo conoscere con precisione quella iniziale. Questa è la versione *a disturbo* dove è l'interazione dell'osservatore sul sistema che impedisce la conoscenza dello stato del sistema che potrebbe essere definito.

Vediamo ora un'aplicazione concreta di tale principio. Consideriamo un granello di sabbia con una massa di 10^{-15} **kg.** Se lo osserviamo con un potente microscopio con risoluzione di 10^{-7} **m** allora

$\Delta p = m\, \Delta v$ quindi $\Delta v \approx 10^{-9}$ **mm**/s estremamente piccola come incertezza! Per un elettrone che gira intorno al nucleo in un atomo di idrogeno alla velocità $v \approx 2\ 10^{6}$ **m/s** con un Δv pari al **10%** di **v** avremo una incertezza sulla posizione $\Delta x \approx 5\ 10^{-10}$ **m** che è **10** volte più grande del raggio di Bohr dell'elettrone nell'atomo di idrogeno! **Questo elettrone non si sa proprio dove sta!**

Versione 1930:

Per ogni sistema fisico esistono coppie di grandezze fisiche che ***non possiedono*** *contemporaneamente valori arbitrariamente precisi .Il prodotto delle relative incertezze dovrà essere sempre maggiore od uguale a* **h/2π ,** *nel caso della coppia x,p* $\Delta x\, \Delta p \geq h/2\pi$**.**

In cosa consiste la differenza tra i due principi? Nel primo le incertezze nascevano dall'impossibilità di misurarle con alta precisione dovuta al *disturbo,* nel secondo si dichiara che alcune grandezze **non possiedono valori definiti indipendentemente dal fatto che vengano misurate o no.** E' una questione di principio! E' una proprietà fondamentale della teoria ondulatoria. Una proprietà intrinseca della natura. In definitiva una funzione d'onda ben localizzata nello spazio (piccola Δx**)** è molto diffusa in quantità di moto (grande Δp). Questo si vede confrontando il modulo quadro della funzione d'onda $\psi\,(x,t)$ con il modulo quadro di $\Phi\,(p,t)$ che rappresenta la traformata di Fourier di $\psi\,(x,t)$**.** Se la prima è stretta attorno ad un valore, la seconda appare molto allargata. La trasformata di Fourier permette di passare attraverso un particolare integrale da una funzione all'altra e viceversa.

Inoltre un'onda è rappresentata da una funzione sinusoidale che si estende nello spazio all'infinito quindi è fortemente indeterminata nella posizione ,non è localizzata. Essa è monocromatica ed ha quindi una ben determinata lunghezza d'onda **λ** e frequenza **f,** quindi non c'è indeterminazione nell'impulso che è legato alla lunghezza d'onda per le leggi di De Broglie $p = h / \lambda$. Poichè $k = 2\pi / \lambda$ numero d'onda , $p = h\,k / 2\pi$ quindi $\Delta p = \Delta k\, h / 2\pi$. La trasformata di Fourier peraltro stabilisce che $\Delta k\, \Delta x \approx 1$ e quindi mettendo assieme le ultime due relazioni si ottiene $\Delta p\, \Delta x \approx h / 2\pi$ che è la relazione di indeterminazione di Heisemberg.

Di contro un'onda localizzata che è un pacchetto d'onda ha una forte indeterminazione nell'impulso ,legato a **λ,** in quanto esso è la somma di infinite onde diverse lunghezze d'onda diverse fra loro.

Possiamo inoltre determinare un'altra relazione di indeterminazione che lega l'energia ed il tempo. Poichè sempre per Fourier $\Delta t\, \Delta f \approx 1$ e $\Delta E = h \Delta f$ si ottiene con qualche calcolo $\Delta E\, \Delta t \approx h / 2\pi$. **Quindi questa relazione ci dice che per un tempo Δt puo' essere violato il principio di conservazione dell'energia.**

2.d. NUMERI QUANTICI E PRINCIPIO DI ESCLUSIONE DI PAULI

Nel 1923 Schrodinger formula il concetto di orbitale. Le regioni di spazio intorno al nucleo atomico in cui il modulo quadro della funzione d'onda raggiunge i valori più alti vengono chiamate **orbitali.** Esso è una zona dove è probabile trovare l'elettrone. **I numeri quantici definiscono dimensione , forma e orientamento degli orbitali.** I numeri quantici sono tre : **numero quantico principale, secondario e magnetico.** Il numero quantico di **spin** descrive una proprietà dell'elettrone ed è paragonabile al senso di rotazione dell'elettrone attorno al proprio asse. Per l'elettrone che è un fermione posso avere i valori **+1/2 e -1/2 antiparalleli.**

Il **numero quantico principale viene indicato con n,** assume valori interi ed è legato alla distanza media degli elettroni dal nucleo. Rappresenta inoltre gli stati energetici degli elettroni, più n è elevato maggiore è il livello energetico e più lontano dal nucleo è l'elettrone. **Rappresenta quindi l'energia e la dimensione dell'orbitale.**

Il numero quantico secondario l detto anche **azimutale** assume valori interi e va da **0** a **n-1.** Definisce il momento angolare dell'elettrone e la **forma** dell'orbitale.

Il numero quantico magnetico m assume valori interi e va da **- l** a **+ l** determina l'orientamento spaziale dell'orbitale.

Gli orbitali si distinguono in base al numero quantico secondario **l** cioè :

s l=0 sferico

p l=1 bilobato

d l=2 spesso a 4 lobi

f l=3 complessa

fig. 2.d.

Esempi: n=1 l=0 m=0 orbitale 1 s sferico

n=2 l=0 m=0 orbitale 2 s sferico

l=1   m= +1,0,-1   tre orbiali   p ….

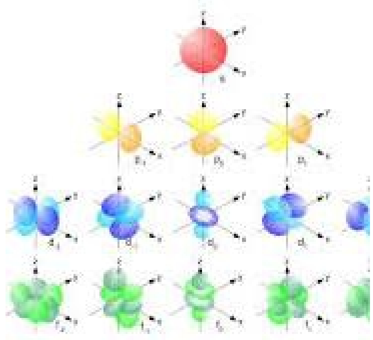


fig 2.d.

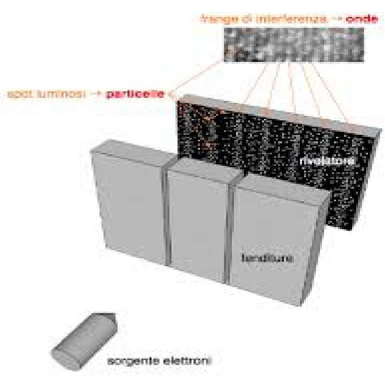
Il principio di esclusione di Pauli   afferma che in un atomo non possono esistere 2 elettroni con tutti e 4 i numeri quantici uguali; perciò nello stesso orbitale possono esserci 2 soli elettroni   con spin diverso (antiparallelo).

Il principio va esteso a tutti i **fermioni** ,cioè particelle a **spin semintero.** Sono fermioni ad esempio anche i protoni ed i neutroni. Questo principio dice in sostanza che **due fermioni identici** ,cioè dello stesso tipo elettroni,protoni, ecc.) **non possono trovarsi nello stesso stato individuale . Non possono essere descritti dalla stessa   ψ (x,t).**

Questo principio spiega **l'impenetrabilità dei corpi.** Infatti nulla vieterebbe essendo gli atomi praticamente vuoti che elettroni di un atomo entrino nello spazio di un altro atomo compenetrandosi. Potrei inserire un numero qualsivoglia alto di elettroni intorno ai nuclei., ma il principio di Pauli vieta questa compenetrazione.

3 - LE   DUE   FENDITURE

3.a.   L'ESPERIMENTO   DELLE   DUE FENDITURE



Una sorgente emette oggetti come proiettili, fotoni e particelle microscopiche. Li emette casualmente in ogni direzione . Questi incontrano un robusto ostacolo con due fenditure verticali. Successivamente quelli che passano vanno a finire su uno schermo dove sono presenti dei rivelatori di tali oggetti. (vedi figura).

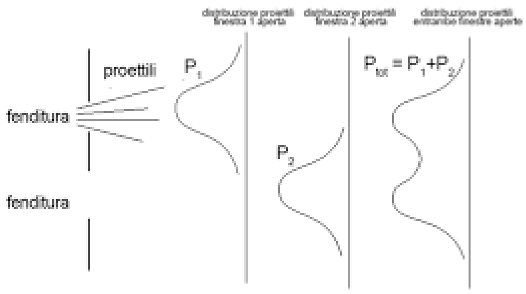
Primo esperimento con i proiettili.

I rivelatori contano i proiettili che arrivano e a seconda che sia aperta solo una fenditura **f** o entrambe aperte o entrambe chiuse può essere costruita una funzione che esprime la probabilità che i proiettili , lanciati uno alla volta colpiscano lo schermo in una posizione x.

Tale probabilità può essere calcolata attraverso la relazione:

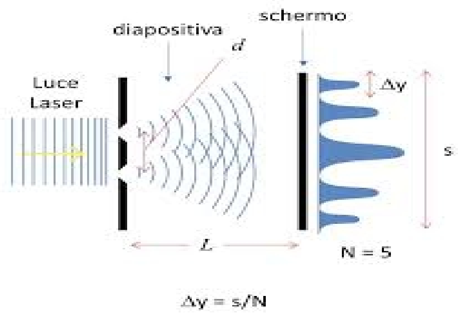
Pf = Nproiettili in x condizione fenditura / Nproiettili emessi

Se le fenditure chiuse Pf = 0 . Se una sola fenditura aperta i proiettili arrivano alla schermo e la **Pf** avrà una forma di curva a campana centrata sulla fenditura aperta. Se entrambe sono aperte ,poiche gli eventi di passaggio attraverso l'una o l'altra fenditura sono incompatibili si avra una curva di probabilità somma delle due ,cioè **Pf = P1f + P2f.** (vedi figura**).**



Secondo esperimento con la luce di λ confrontabile con la larghezza delle fenditure.

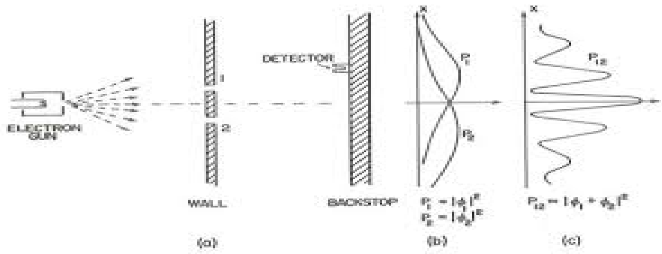
In questo caso il rivelatore misurerà l' intensità I(x) dell'onda che colpisce lo schermo, che sarà proporzionale al quadrato dell'ampiezza del campo elettrico associato all'onda e.m.
Cioè **$I(x) = k|E(x)|^2$**·se entrambe le fenditure sono chiuse alloa **$I(x) = 0$.** Se sono aperte o l'una o l'altra allora **$I_1(x) = k|E_1(x)|^2$ o $I_2(x) = k|E_2(x)|^2$.** Se entrambe le fenditure sono aperte allora si avrà il fenomeno dell'interferenza dei raggi di luce ,quindi:



$I_{1,2}=k|E_1(x) +E_2(x)|^2 = I_1(x) + I_2(x) + 2(\sqrt{I_1(x)\ I_2(x)}) \cos \delta$ dove **δ** è la differenza di fase fra l'onda che arriva dalla fenditura 2 e quella che arriva dalla 1 **$\delta=k\Delta x$,** con **Δx** differenza di cammino delle onde e **k** numero d'onda.L' intensità presenterà quindi una serie di massimi e minimi tipico delle figure di interferenza dovuti ad interfernze costruttive e distruttive.

Terzo esperimento con elettroni .

Gli elettroni emessi hanno velocità v in direzioni casuali ma hanno λ associata secondo la legge di De Broglie confrontabile con la larghezza della fenditura.



Viene inviato 1 elettrone alla volta e se viene aperta una sola fenditura il rivelatore evidenzierà una situazione analoga a quella dei proiettili. Se invece si aprono entrambe le fenditure allora comparirà,per unelevato numero di elettroni, la figura di interferenza come nel caso delle onde. **Questo è un problema!**

Nel caso delle onde il problema dell'interferenza è ben noto. L'onda è presente nello spazio che precede le fenditure ,poi passa attraverso di esse e si somma sullo schermo con fasi diverse producendo frange di interferenza . Ma per le fenditure passa 1 solo elettrone alla volta, inoltre partono come particelle, arrivano come particelle e perchè quindi si comportano come onde? Tale comportamento non è spiegabile in termini classici.

La MQ risolve il problema cosi' : l'elettrone è descritto da una funzione d' onda **ψ (x,t).** Prima di partire dalla sorgente è descritto da una **ψ (x,t) localizzata,pacchetto d'onde.** Poi una volta emesso si propaga come un' onda. Quando la **ψ (x,t)** raggiunge le fenditure si modifica e dalle fenditure escono due funzioni d'onda **ψ_1 (x,t) e ψ_2 (x,t)** le quali si propagano nello spazio e giungono sullo schermo. Per calcolare la probabilità **P** che l'elettrone giunga in una posizione x dello schermo bisogna considerare il modulo quadro della funzione d'onda totale e cioè :

$P = |\psi_1 + \psi_2|^2 = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + 2|\psi_1||\psi_2|\cos\delta$

Questa è la relazione che ci fornisce la figura di interferenza simile a quella delle onde.**Quindi la MQ risolve il problema!**

La questione è capire come ciò può succedere. **Come fa l'elettrone a produrre interferenza visto che parte ,passa e arriva sullo schermo 1 alla volta? Da dove passa?**

Inseriamo una sorgente di luce vicino alle fenditure . I fotoni incontreranno l'elettrone ,verranno diffusi da esso e si osserverà un lampo di luce ,allora sapremo da dove l'elettrone è passato. Ma in questo caso sparisce la figura di interferenza. Questo succede quando illuminiamo gli elettroni con luce di impulso **p** elevato e ,per la legge di De Boglie, di bassa lunghezza d'onda **λ.** In particolare una λ minore della larghezza della fenditura. Se invece illuminiamo gli elettroni con luce di basso **p** e alta **λ** maggiore della larghezza della fenditura non vedremo dove passa l'elettrone, in questo caso vedremo la figura di interferenza. . Ciò a seguito del potere risolutivo che non permette di distinguere (mettere a fuoco) due oggetti che distano tra loro meno della lunghezza d'onda della luce che li colpisce.

Quindi abbiamo due possibilità:

a) Rinunciamo a sapere dove passano gli elettroni ed allora essi si comportano come onde e vediamo l'interferenza.

b) Riusciamo a vedere dove passano gli elettroni e perdiamo la figura di interferenza. Si

comportano come proiettili. Basta solo l'intenzione di vedere ,non serve vederli.

L'interpretazione è questa: se **p** del fotone è piccolo (grande **λ)** , lo stato dell'elettrone viene poco disturbato e di conseguenza la sua funzione d'onda presso la fenditura illuminata cambia pochissimo e potrà interferire con quella che passa per l'altra fenditura. Se **p** è grande (piccola **λ)** invece lo stato dell'elettrone si altera al punto che la sua funzione d'onda non potrà interferire con l'altra.

Questa è la versione del principio di indeterminazione di Heisenberg " a disturbo".

Se conosciamo bene la posizione ,la velocità sarà molto indeterminata (nessuna interferenza),se invece non vediamo da dove è passato l'elettrone, avremo una buona determinazione della velocità (interferenza).

A questo punto il problema è: l'elettrone è un'onda o una particella? Da dove passa quando poi arriva sullo schermo?

Non può essere passato o dalla fenditura 1 o dalla fenditura 2 perchè si comporterebbe come un proiettile (somma delle probabilità).

Non può passare,se particella, contemporaneamente da 1 e da 2 poiche non si dimezza è elementare.

Ne da 1 ne da 2 ? No, perchè se chiudo le fenditure non vedo elettroni sullo schermo.

Se vedo interferenza vuol dire che qualcosa è passato da 1 e da 2.

Il fatto è che non ha senso parlare di elettrone quando non lo osserviamo.

Per noi l'elettrone è una particella localizzata, in realtà esso è un oggetto quantistico che è descritto da una funzione d'onda **ψ (x,t).** In certi istanti è descritto da grandezze tipiche della meccanica classica in altri dalla sua **ψ (x,t) ma non possiede alcune proprietà classiche ben determinate. (versione di Heisenberg 1930) fino a quando non interagisce con oggetti esterni.**

La MQ cosi' lo descrive nell'esperimento delle fenditure di larghezza L: l'elettrone è descritto da una funzione d'onda localizzata solo all'inizio, prima di essere emesso , ed alla fine quando arriva sullo schermo. In questi due istanti è particella e può essere descritto dalle grandezze tipiche della fisica classica. Quando è in volo e non viene rilevato, è descritto da una funzione d'onda non localizzata.

Descriviamo il suo stato dalla sorgente allo schermo.

S (sorgente) → P (particella)

Spazio tra S e F (fenditure) → **ψ (x,y,t)**

Sulle fenditure l'onda si divide per diffrazione ($L \leq \lambda$) → **$\psi_1 (x_1,y_1,t)$; $\psi_2 (x_2,y_2,t)$**

Nello spazio alla destra delle fenditure si ha una funzione d'onda che è la somma dell funzioni d'onda uscite dalle due fenditure → **$\psi (x,y,t) = \psi_1 (x,y,t) + \psi_2 (x,y,t)$**

In ogni punto dello schermo la funzione d'onda è data dalla somma delle due →
→ **$\psi = \psi_1 + \psi_2$** e la probabilità **dP** di rilevare l'elettrone in un intervallo **dy** è :

$$dP = |\psi|^2\, dy = |\psi_1 + \psi_2|^2\, dy$$

La funzione d'onda collassa e l'elettrone si trova con certezza (sempre sottointendendo Heisemberg) in un punto qualunque dello schermo (x,y,t) , solo che quella posizione ha una probabilità P(y) di essere trovata. Quindi la sua posizione sullo schermo non è prevedibile con certezza prima della misura ma solo con probabilità P(y).

3.b. DUALISMO ONDA CORPUSCOLO

Come si è visto una particella di massa **m** e quantità di moto **p** può essere descritta da una funzione d'onda che è soluzione dell'equazione di Schrodinger ed ha la forma di una combinazione lineare di onde piane dove ogni onda ha una lunghezza d'onda $\boldsymbol{\lambda = h/p}$.

Se la particella interagisce con un qualunque oggetto fisico avremo il collasso della funzione d'onda che da estesa diverrà localizzata ed assumerà una posizione ed una velocità in accordo con il principio di indeterminazione di Heisemberg. In questa situazione potremo parlare di una particella localizzata e classica.

Analogamente potremo descrivere il comportamento del **fotone** che sarà un campo elettromagnetico composto da un campo elettrico ed un campo magnetico oppure da una particella di massa **m=0 e spin 1,** energia **E = hf, p= E/c (quanto della forza e.m.)** che puo interagire con un oggetto scambiando energia,ecc. (corpo nero ,effetto fotelettrico). Anche il fotone può essere descritto da una equazione di Schrodiger estesa a particelle di massa nulla.

4 - COME UTILIZZARE LA FUNZIONE D'ONDA , IL GATTO DI SCHRODINGER , IL TUNNELING QUANTISTICO.

4.a. COME UTILIZZARE LA FUNZIONE D'ONDA: MISURE SUL SISTEMA FISICO.

Se il verificarsi di un evento ha due modalità 1 e 2 indipendenti ciascuno descritta dalle funzioni d'onda $\boldsymbol{\psi_1}$ **e** $\boldsymbol{\psi_2}$ allora il sistema viene descritto da una funzione d'onda totale $\boldsymbol{\psi_{TOT} = \psi_1 + \psi_2}$ dove $\boldsymbol{P_{tot}(r,t) = |\psi_{TOT}|^2}$ fornisce la probabilità che l'evento si verifichi. Questo procedimento è analogo a quello che si ha per le onde ad es. onde e.m. In tal caso $\mathbf{I(x)}$ è proporzionale al quadrato del cmpo elettrico $\mathbf{E(x)}$ cioè $\mathbf{I(x) = k\,E(x)^2}$.

$\mathbf{I_{tot}=k|A_1(x) +A_2(x)|^2 = I_1(x) + I_2(x) + 2(\sqrt{I_1(x)\; I_2(x)}) \cos \delta}$ dove $\boldsymbol{\delta}$ è la differenza di fase fra l'onda 1 e l'onda 2. Il punto importante è il termine di interferenza che è dato da $\mathbf{2(\sqrt{I_1(x)\; I_2(x)}) \cos \delta}$ **.**

Nel caso di oggetti puntiformi localizzati (ad es. proiettili) questo termine non compare, nel caso delle onde compare e può essere positivo,negativo o nullo. Tale termine nel caso delle onde dipende dalla differenza di fase $\boldsymbol{\delta}$, cioè dalla differenza di cammino $\mathbf{\Delta x}$ percorso per arrivare in un certo punto (ad es, dello schermo), $\boldsymbol{\delta = 2\pi\, \Delta x / \lambda}$**.**

Vediamo qualche esempio con $I_1(x) = I_2(x) = I$: $\Delta x = 0$ $\delta = 0$ $\cos\delta = 1$ $I_{tot} = 4I$

$\Delta x = \lambda/4$ $\delta = 90^o$ $\cos\delta = 0$ $I_{tot} = 2I$

$\Delta x = \lambda/2$ $\delta = 180^o$ $\cos\delta = -1$ $I_{tot} = 0$

4.b. IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DELLE ONDE.

Un sistema che ha come soluzioni due onde indipendenti $\mathbf{E_1 (x,t)}$ ed $\mathbf{E_2 (x,t)}$ allora anche $\mathbf{E(x,t) = a\, E_1 + b\, E_2}$ sarà soluzione del sistema.. Questa è una proprietà delle equazioni che descrivono il sistema ed in particolare la loro linearità. Ad esempio una corda che due modi di vibrazione, caratterizzati da ampiezze e frequenze diverse ,potrà vibrare anche in un modo che è combinazione lineare dei due.

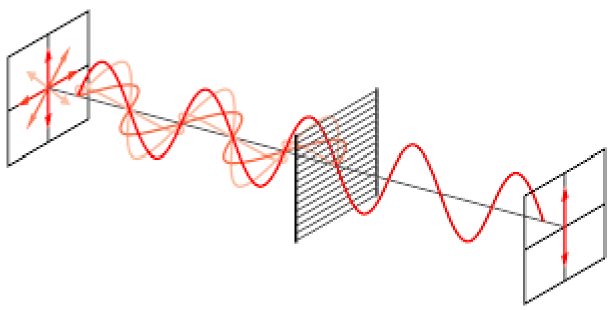
Questo principio si può applicare anche alle funzioni d'onda che descrivono il sistema quantistico. Quindi se ho un sistema descritto da due funzioni d'onda ψ_1 **e** ψ_2 corrispondenti a stati indipendenti di un sistema allora anche la funzione $\psi = a\,\psi_1 + b\,\psi_2$ combinazione lineare di ψ_1 **e** ψ_2 potrà descrivere il sistema ,dove a e b sono coefficienti complessi. Cioè tale stato combinazione lineare potrà esistere. **Tale caratteristica non si trova nella fisica classica.**

Questa proprietà è caratteristica di tutti i sistemi descritti da onde sia nella fisica classica (suono) che dalle funzioni d'onda della MQ.

4.c. DECOMPOSIZIONE SPETTRALE E LUCE POLARIZZATA.

Polarizzazione della luce.

Un raggio di luce si dice polarizzato quando il campo elettrico **E** ha una direzione di oscillazione **ei** che non cambia nel tempo. Un filtro polarizzatore è un elemento fisico ,generalmente piano, caratterzato da un asse di polarizzazione identificato dal versore **ep** che seleziona la luce incidente e la fa passare tutta, niente o in parte. In particolare se **ei = ep** la luce passa tutta **Eout = Ein,** se **ei** $\perp$ **ep ,Eout = 0.** Nella figura sottostante un'onda viene fermata (quella sull'asse orizzontale), l'altra procede.



Nella figura si vede un polarizzatore il cui piano di polarizzazione è parallelo ad una componente del campo e.m. ,quella verticale , quindi la luce passa tutta. La componente del campo e.m. perpendicolare al piano di polarizzazione del filtro viene invece fermata. Cosa succede se il piano di polarizzazione del filtro forma un angolo θ con la polarizzazione del campo elettrico? (Si assume che **E** abbia polarizzazione verticale). Si avrà che $\mathbf{Eout = Ein \cos\theta}$ **e** $\mathbf{Iout = Iin \cos^2\theta}$ dove I è l'intensità dell'onda. Quindi il campo in uscita sarà più piccolo di quello in ingresso ed avrà polarizzazione **ep. Il filtro cambierà sia l'intensità della luce che la direzione.**

Quindi se mandiamo molta luce (tanti fotoni N) al polarizzatore se **θ =45º** allora **Iout = Iin/2** e **cioè N/2 fotoni passeranno, N/2 non passeranno. Ma cosa succede se mando un fotone alla volta?**

4.d. UN FOTONE ED UN POLARIZZATORE .

Facciamo un esperimento: un polarizzatore ha una polarizzazione lungo l'asse y **ep = y.** Un fotone che arriva **o passa o non passa**, questi sono i risultati di una misura gli *autovalori.*In corrispondenza a tali *autovalori* avremo rispettivamenti gli stati per il fotone **ei = ep = y** ed **ei $\perp$ ep = y .** Tali stati si chiamano *autostati* a cui corrisponde uno stato certo dell'interazione che il sistema ha con lo strumento di misura.

Quindi se il sistema è in un *autostato* sapremo con certezza il risultato della misura *autovalore* **altrimenti possiamo solo calcolare la probabilità di avere un certo risultato.** A tal fine supponiamo di avere in ingresso un fotone con polarizzazione **ei** che forma un angolo **θ** con **ep .** In tal caso possiamo scomporre il vettore **ei** lungo gli assi **z e y** ed otteniamo :
ei = ei cos θ + ei sin θ . La teoria prevede che la probabilità di ottenere un certo risultato (deve essere uno degli *autovalori* o passa o non passa) è proporzionale al modulo quadro del coefficiente del rispettivo autostato, quindi se **ep = y** la probabilità di ottenere che passi è **$\cos^2 \theta$.** Nel caso che **θ =45º allora essa è ½ cioè passa 1 fotone ogni 2.** Questo perchè la somma delle probabilità deve fare **1** che è la certezza di un risultato ,o passa o non passa. Infatti **$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$.**

Il fotone che passa assume una polarizzazione **ep,** la funzione d'onda **collassa** bruscamente da ei **$\rightarrow$ ep,** la misura modifica il sistema in esame e non è solo disturbo casuale.

In generale dato un sistema descritto da una funzione d'onda **ψ (r,t)** ,volendo sapere cosa succede se interagisce con un sistema esterno (strumento di misura), devo scrivere il sistema fisico di partenza scomponendolo in tutti i possibili risultati dovuti all'interazione con lo strumento.

Prima della misura **$\psi(r,t) = a\psi_a(r) + b\,\psi_b(r) + ...$** avremo **$|a|^2$** la probabilità di ottenere **$\psi_a(r)$,**

$|b|^2$ la probabilità di ottenere **$\psi_b(r)$** e cosi' avanti. Dopo la misura la funzione d'onda collassa ed il nuovo stato sarà **$\psi'(r,t) = \psi_a(r)$** se ho ottenuto **$\psi_a(r)$.**

Vedi appendice A4

4.e. IL GATTO DI SCHRODINGER.

Il gatto di Schrodinger è un esperimento ideale (mentale) che il fisico discute in un suo articolo del 1935, quando applica il principio di sovrapposizione delle funzioni d'onda ed il formalismo quantistico ad un sistema macroscopico. Egli stesso lo definisce un esempio “ridicolo” che nasce dalla generalizzazione da sistema microscopico a sistema macroscopico.

Ecco l'esperimento: *un gatto viene chiuso in una scatola. All'interno c'è un martello comandato da un rilevatore di materiale radioattivo ,una sorgente di materiale radioattivo ed una fiala di gas venefico. Quando una particella radioattiva colpisce il rilevatore questo aziona il martello che rompe la fiala ed il gas uccide il gatto. La probabilità di decadimento è del 50% ogni ora .*

Dopo un'ora come sarà la sorgente,come la fiala,come il gatto?

Dopo un'ora il sistema sarà descritto da una funzione d'onda dato dalla sovrapposizione delle due funzioni d'onda che esprimono le due possibilità:

$\psi = 1/\sqrt{2}\, \psi_1 + 1/\sqrt{2}\, \psi_2 = 1/\sqrt{2}\, \psi$ **(vivo)** $+ 1/\sqrt{2}\, \psi$ **(morto)** $1/\sqrt{2}$ poiché ½ è la relativa probabilità

Dopo un'ora potremmo avere : materiale decaduto,fiala rotta → gatto morto $\psi = \psi_1$
materiale non decaduto,fiala non rotta → gatto vivo $\psi = \psi_2$

Il sistema collasserebbe in uno dei due stati solo all'apertura della scatola, come fossi io a determinare se il gatto sia vivo o morto. La cosa può apparire ridicola.

Vediamo la soluzione:

Un sistema macroscopico ,ad esempio avente una ben determinata temperatura è in continuo scambio termico con l'ambiente ed è quindi “osservato” da miliardi di fotoni al secondo. Le sue molecole interagisco tra di loro miliardi di volte al secondo e sono come “ osservazioni “ fatte sui singoli atomi del sistema. Quindi la funzione d'onda che descrive lo stato del gatto collasserà in qualche miliardesimo di secondo, **decoerenza quantistica.** Quindi il gatto è in uno stato ben definito e cioè prima vivo e poi o vivo o morto. **Il gatto non è un sistema quantistico bensi' classico.**

4.f. IL TUNNELLING QUANTISTICO.

Questo è un effetto che non ha riscontro in meccanica classica ma è tipico della MQ. In meccanica classica una massa sottoposta alla sola forza di gravità potrà superare una quota h ,rappresentata da un ostacolo ,una barriera , solo se la sua energia cinetica sarà maggiore o uguale alla energia potenziale legata alla quota:

$\frac{1}{2} m v^2 \geq m g h$ da cui $v \geq \sqrt{2gh}$.

La MQ prevede che anche se la particella non ha l'energia cinetica sufficiente ad oltrepassare la barriera c'è una certa probabilità che la particella si trovi dall'altra parte della barriera ed una certa probabilità che rimbalzi all'indietro. Questa probabilità di “superamento “ della barriera viene calcolata in base ad una soluzione dell'equazione di Schrodinger. Questo è l' **effetto tunnel.** In pratica una particella che si trova a sinistra della barriera ,la urta e potrà trovarsi alla sua destra. **(**vedi figura 4.a.sottostante**)** ed appendice A5.

Sembra incredibile ma è un effetto reale ,la fusione nucleare nel Sole in quanto l'alta temperatura non permette sempre di vincere la repulsione coulombiana, in molti componenti elettronici presenti in cellulari, tv,telecomandi avviene proprio questo. Può avvenire anche a livello macroscopico? In questo caso la probabilità che avvenga è praticamente uguale a zero. Il fenomeno riguarda il mondo microscopico.

Una semplice spiegazione del fenomeno è questa: la funzione d'onda associata alla particella può essere ricavata (ad esempio una particella in una buca) risolvendo l'equazione di Schrodinger. Andando ad analizzare queste soluzioni si vede che la **funzione d'onda associata è non nulla anche fuori della buca** e quindi esiste una **probabilità non nulla di trovare la particella fuori della buca.** (vedi figura 4.b.sottostante)

Perchè questo è un fenomeno che non avviene nel mondo macroscopico? Facciamo qualche calcolo: pallina con **massa di** 10^{-3} **kg** e **velocità di 1 m/s**. La lunghezza d'onda λ associata (legge di De broglie) e di $6\ 10^{-31}$ **m,** quindi la funzione d'onda va praticamente a zero a circa soli 10^{-30} **m** fuori dal bordo della buca, cioè non esce dalla buca, quindi ogni effetto quantistico non è osservabile perchè troppo piccolo. Su scala atomica gli effetti quantistici diventano importanti

L'effetto tunnel è responsabile della **radioattività α** (molecole di elio) da parte dei nuclei pesanti, Uranio e Polonio instabili, in quanto tali nuclei possono sfuggire al campo di forze che le vincola anche se hanno una velocità di fuga minore di quella prevista dalla fisica classica.

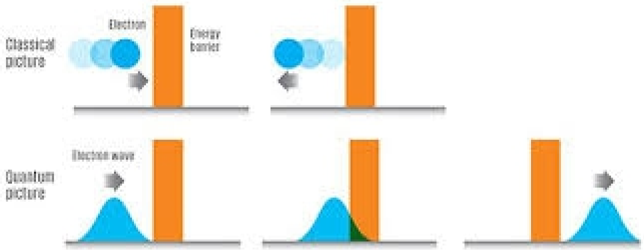


Fig.4.a.

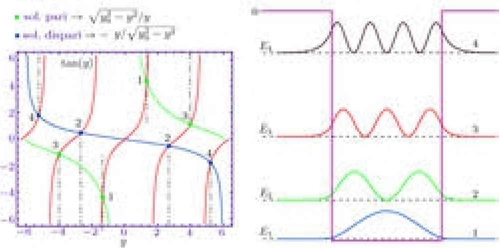


Fig 4.b.

5 - L'ARTICOLO DI EINSTEIN-PODOLSKY E ROSEN, EPR. INCOMPLETEZZA DELLA MQ.

Il 25 marzo 1935 ,Einstein, Podolsky e Rosen pubblicarono un articolo dal titolo *“ La descrizione della realtà data dalla MQ puo' considerarsi completa? ”*

Brevemente il senso è questo:

La MQ afferma che la descrizione della realtà avviene tramite la funzione d'onda ,capace di contenere tutta l'informazione che si può avere su di un sistema.

Attraverso un esperimento mentale su di un particolare sistema EPR dimostrano che la funzione d'onda non descrive completamente le proprietà del sistema.

Quindi nella descrizione del sistema manca qualcosa che la MQ non può descrivere ,quindi è incompleta.

Tutto ciò nasce dalla profonda convinzione di Einstein che la probabilità tipica della MQ sia di tipo epistemico , cioè dovuta alla nostra incapacità di descrivere alcuni aspetti del reale,e non connaturata, intriseca alla teoria. Prima o poi si sarebbe giunti ad una teoria causale,*” ...il grande vecchio non goca a dadi...”.*

Una soluzione a questo problema è stata trovata appena nel 1982 confermando la completezza della MQ stravolgendo ulteriormente la nostra idea di realtà

Per poter spiegare in modo sufficientemente corretto l'esperimento EPR è opportuno impadronirsi di qualche ulteriore concetto e strumento operativo.

5.a. LA NOTAZIONE DI DIRAC.

Consideriamo un sistema descritto da una funzione d'onda **ψ (r,t)** che rappresenta un generico stato **ψ** ottenuto da una combinazione lineare di due stati **ψ_1** e **ψ_2** ognuno dei quali rappresenta uno stato diverso ,ad esempio **$\psi_1 = V$** e **$\psi_2 = O$** cioè fotoni con polarizzazione verticale ed orizzontale che hanno il 100% di probabilità di passare rispettivamente attraverso un filtro con polarizzazione verticale ed orizzontale.

$\psi = a\,\psi_1 + b\,\psi_2$ dove **$|a|^2$** la probabilità di ottenere **ψ_1** e **$|b|^2$** la probabilità di ottenere **ψ_2**

La notazione di Dirac usa il simbolo $|...\rangle$ per definire lo stato di un sistema. Quindi la relazione precedente può essere scritta cosi' **$|\psi\rangle = a\,|\psi_1\rangle + b\,|\psi_2\rangle$.**

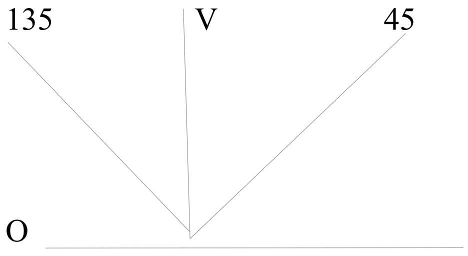
Inviamo dei fotoni ad un polarizzatore. Nel caso il fotone abbia una polarizzazione a 45º si può scomporre lo stato in due direzioni ortogonali (V,O) e scrivere :

$|\psi\rangle = |45^\circ\rangle = \mathbf{1/\sqrt{2}|V\rangle + 1/\sqrt{2}|O\rangle}$. Tale fotone ha il 50% di probabilità di passare attraverso il filtro se ha polarizzazione verticale od orizzontale **$(1/\sqrt{2})^2 = ½$** , mentre ha il 100% di passare se ha polarizzazione a 45º **(½+ ½)** .

5.b. L'ESPERIMENTO EPR.

5.b1. STATI FATTORIZZATI.

Consideriamo il seguente sistema di assi , **V; O, 45º, 135 º**.



Rappresentano la polarizzazione di fotoni e di polarizzatori.

Una sorgente S invia due fotoni **1 e 2** indipendenti verso due polarizzatori uno con polarizzazione verticale V uno orizzontale O. Gli stati dei due fotoni possono essere cosi' rappresentati :

$|\psi_1\rangle = |1,V\rangle$ e $|\psi_2\rangle = |2,O\rangle$ lo stato totale sarà ,data l'indipendenza dei due fotoni,
$|\psi\rangle = |1,\mathbf{V}\rangle * |2,\mathbf{O}\rangle$ **5.b1) .**

Il polarizzatore che analizza il fotone 2 resta polarizzato O, mentre quello che analizza il fotone 1 cambia polarizzazione da V ad O a 45º.

In definitiva il fotone 2 passa sempre con una probabilità del 100%, il fotone 1 può passare con probabilità del 100% , non passare o passare con probabilità del 50%. Il che significa che su cento misure si vede che in media ne passano 50.

Scomponiamo lo stato $|1,\mathbf{V}\rangle$ secondo le direzioni di **45º e 135 º**. Otteniamo quindi lo stato

| **1,V> = 1/√2|1,45 > + 1/√2|1,135>** ed inseriamo tale stato nella **5.b1.** Otteniamo:

|ψ > = **(1/√2|1,45 > + 1/√2|1,135>) *** |2,**O**>

Facciamo ora un test con il polarizzatore a 45º sul fotone 1. Avremo che il fotone passerà il test con probabilità del 50% .(**1/√2)² = ½, questo prima della misura. Dopo la misura** ,se passa con probabilità del 50%, **all'uscita del polarizzatore la ψ collassa ed il fotone acquisterà con certezza la polarizzazione a 45º e la funzione d'onda sarà diventata |ψ > = |1,45 > * |2,O> .**

5.b2. STATI ENTANGLED.

Consideriamo due fotoni imdipendenti 1 e 2 fattorizzati, polarizzati V e polarizzati O.

Posso allora creare gli stati : | **Φ** > = |1,**V**> ***** |2,**V**> e | **Λ** > = |1,**O**> ***** |2,**O**>**.** Creiamo ora lo stato somma dei due e cioè : | **Ψ** > = **1/√2**|1,**V**> ***** |2,**V**> + **1/√2**|1,**O**> ***** |2,**O**>**. 5.b.2)**

Tale stato viene chiamato **entangled** ,in italiano *interlacciato* ed ha delle particolari proprietà. Se facessimo un test di polarizzazione verticale od orizzontale sui fotoni 1 o 2 avremmo sempre il 50% di probabilità che i fotoni passino il test. Volendo fare un test sullo stato | **Ψ** > con un polarizzatore a **45º** o a **135 º** otterremo un risultato analogo alla **5.b.2.,** e quindi avremo sempre il 50% di probabilità che i fotoni passino il test. Si puo' verificare che questo avviene sempre per ogni direzione del polarizzatore purchè si tratti di direzioni che formano tra loro angoli di 90.º

Quindi ognuno dei due fotoni ha sempre una probabilità del 50% di passare il test lungo una qualsiasi direzione arbitraria.

Il risultato ottenuto per qualunque test è lo stesso per entrambi i fotoni.

Se facciamo un test di polarizzazione ad es. sul fotone **1** lungo una direzione qualunque **N** e se supponiamo che il fotone passi il test e questo avviene con probabilità del 50%, avremo in uscita lo stato : |**Ψ** > = |1,**N**> ***** |2,**N**> **,** quindi dopo la misura sul fotone **1** si ha che il fotone **2** ha acquistato la polarizzazione **N** con probabilità del 100%.

In definitiva il punto essenziale dello stato entangled è questo: prima della misura possiamo solo dire solo che i due fotoni hanno il **50% di probabilità** di passare il test secondo una direzione **N.**. **Dopo una misura secondo N** avremo il **100%** di passare il test per entrambi i fotoni.

5.b4. LA DIMOSTRAZIONE DI EINSTEIN, PODOLSKY E ROSEN DELL'INCOMPLETEZZA DELLA MQ.

Partiamo con due definizioni:

Realismo: *se ,senza disturbare un sistema è possibile prevedere con certezza il risultato di una misura di un osservabile allora vuol dire che il sistema possiede* ***oggettivamente*** *la proprietà relativa , cioè indipendentemente dall'osservatore che la fa o dal fatto che la misura sia fatta o no.*

Località einsteiniana: *gli elementi di realtà posseduti oggettivamente da un sistema non possono essere influenzati istantaneamente a distanza.*

La dimostrazione cosi' si articola: partiamo da uno stato entangled per due fotoni:

1- | **Ψ (t)**> = **1/√2**|1,**V**> ***** |2,**V**> + **1/√2**|1,**O**> ***** |2,**O**>

2- Facciamo viaggiare i due fotoni per un tempo t*; il fotone 1 si trovarà in A, il fotone 2 in B,la distanza D tra A e B è tale che non può essere coperta dalla luce in un intervallo di tempo dt.

3- Eseguiamo al tempo t* in A una misura sul fotone 1 con un polarizzatore verticale V, se il fotone passa il test allora dopo un tempo dt (tempo di esecuzione della misura) lo stato del sistema sarà : $|\boldsymbol{\Psi}\,(\mathbf{t^*+dt})\rangle = |1,\mathbf{V}\rangle * |2,\mathbf{V}\rangle$

4- Quindi l'osservatore in A solidale con il polarizzatore potrà prevedere con certezza, senza disturbarlo, che il fotone 2 avrà una polarizzazione verticale V ,se facesse una misura in B al tempo t* + dt.

5- Quindi il fotone 2 ha un elemento di realtà, cioè possiede oggettivamente la polarizzazione V che non aveva prima del tempo t*

6- Ma per l'ipotesi di località l'informazione della polarizzazione del fotone 1 non può essere arrivata in B nel tempo dt in quanto dt < D/c, quindi il fotone 2 possedeva tale proprietà prima della misura fatta all'istante t* ,indipendentemente dalla misura fatta sul fotone 1.

7- Quindi la **MQ** non essendo in grado di descrivere tale realtà **è incompleta.**

6 - LE DISUGUAGLIANZE DI BELL.

6.a. LE DISUGUAGLIANZE DI BELL.

Nel 1964 un fisico irlandese J.S.Bell scrisse un articolo su EPR. Propone un esperimento mentale non tanto per confermare o falsificare la MQ, ma invece per affrontare il problema della **località** nei fenomeni naturali. Bell propone delle disuguaglianze che si sarebbero verificate solo nell'ipotesi della validità del concetto di **località.** Misure sperimentali di tali disuguaglianze vennero eseguite nel 1982 da Aspect,Granger & Roger.

Il risultato sperimentale è quello previsto dalla MQ e contraddice le disuguaglianze di Bell.
L'argomentazione EPR era corretta ma non le conclusioni in quanto l'ipotesi iniziale era errata.
Non è la MQ ad essere incompleta bensi' è l'ipotesi di località a dover essere cambiata.
L'entanglement rende possibili correlazioni superluminali non mediati, immediati, non mitigati. Non viene però violata la teoria della relatività ristretta in quanto segnali superluminali non sono permessi.

Si da ora un esempio dell'esperimento mentale di Bell e delle misure di Aspect.

Supponiamo di avere una sorgente che crea coppie di fotoni entangled B e G.

$|\boldsymbol{\Psi}\rangle = \mathbf{1/\sqrt{2}|B,\alpha\rangle * |G,\alpha\rangle + 1/\sqrt{2}|B,\alpha{+}90^o\rangle * |G,\alpha{+}90^o\rangle}$ dove $\boldsymbol{\alpha}$ ed $\boldsymbol{\alpha+90^o}$

rappresentano assi di polarizzazione ortogonali tra loro. Questo si può fare facilmente con un cristallo non lineare in un laboratorio di ottica quantistica. I due fotoni che viaggiano in direzioni opposte vengono inviati verso due cristalli di calcite ognuno con asse di polarizzazione V. Il cristallo di calcite sostituisce i classici polarizzatori. Vedi appendice A6.

Se inviamo un fotone al cristallo da esso esce sempre un fotone che, a seconda della polarizzazione, viene registrato come **UP (polarizzazione orizzontale)** o **DOWN (polarizzazione verticale)** da due contatori di fotoni **U** e **D.** Le misure vengono fatte inviando N coppie di fotoni entangled **B e G** ai cristalli. Parte e arriva una coppia per volta. I contatori eseguono poi i conteggi **U e D** che vengono registrati.

Le configurazioni utilizzate nell'esperimento sono tre. In particolare gli angoli dell'asse di riferimento del cristallo rispetto alla verticale che è l'asse del laboratorio. Vediamo un esempio tipico dell'esperimento.

1- per un singolo fotone B o G ,sia **P (θ) la polarizzazione** dell'asse del cristallo dove θ è l'angolo tra l'asse del cristallo e l'asse del laboratorio. Per un qualunque angolo θ si ottiene il **50%** di probabilità di avere **U o D**. Una sequenza tipo sarà: **UUUDDUDDDUDUDUUUDDUD.**

2- la polarizzazione accoppiata PA (θ) per la coppia di fotoni B e G. L'angolo **θ** è lo stesso per i due fotoni $\theta_B = \theta_G$, situazione analoga all' EPR. Anche in questo caso ho il **50%** di probabilità di avere **U o D.** In questo caso però le sequenze sono uguali:
UUUDDUUDDDUDUDUUDD per il fotone B

UUUDDUUDDDUDUDUUDD per il fotone G

3- la polarizzazione correlata PC (θ) dove gli angoli di B e G sono diversi $\theta = \theta_G - \theta_B$. Le sequenze saranno diverse per ogni conteggio.

Per il fotone B : UUDU DUDU DDUD UDDD UUDU N fotoni misurati.

Per il fotone G : UUDD DUDD DUUD UDDU UDDU N fotoni misurati.

mmm mmm m mm mmm m mm Nm = 15

e e e e e Ne = 5

dove abbiamo chiamato **m (match)** le sequenze uguali ed **e (errori)** quelle diverse.

Quindi si contano **PC (θ) = Nm/N ed E(θ) = Ne/N**

Ecco i possibili risultati per alcuni angoli particolari:

θ = 0 PC (θ) = 1 E(θ) = 0 tutti i valori sono uguali, non ci sono errori.

θ = 90º PC (θ) = 0 E(θ) = 1 tutti i valori sono diversi , 100% di errori.

0º < θ < 90º 0 < E(θ) < 1 scelgo un valore **E = ¼ (un errore su 4)** ,sperimentalmente si trova un angolo che corrisponde a 30º.

La misura di Bell: θ_B = 30º, θ_G = - 30º, θ = 60º. Se vale la località allora la misura di uno non può influenzare quella dell'altro in quanto le misure sono quasi istantanee. Quindi E(60º) = 2 ¼ = ½ = 50% (somma di probabilità) . Anzi risulta con una più attenta analisi ≤ ½.

La previsione della MQ darebbe $\sin^2\theta$ = ¾ , 75 %, $\sin^2\theta$ in quanto la probabilità che passi un polarizzatore è $\cos^2\theta$ e quindi che non passi sarà $1-\cos^2\theta = \sin^2\theta$.

Il risultato di Bell nasce dalla teoria della probabilità ,quello della MQ nasce dalla teoria.

Le misure su di un apparato sperimentale che riproduceva l'esperimento mentale di Bell sono state fatte nel 1981 (Aspect, Dalibard & Roger) con accortezze tecniche che evitavano ogni possibile influenza tra le misure.

I risultati furono i seguenti, in ottimo accordo:

Risultato sperimentale : E = 0,601 ± 0,020

Previsione della MQ : E = 0,612

Ulteriori misure (1998 Weihs):

Ipotesi di località (disuguaglianza di Bell) ≤ 2

Previsione MQ = $2\sqrt{2} \approx 2{,}82$

Risultato sperimentale = 2,73 ± 0,02

Vennero eseguite altre misure con risultati analoghi.

Conclusione 1 **: la realtà in determinate condizioni può essere non locale ,esistono interazioni non locali cioè immediate anche a grandi distanze ma solo per sistemi entangled.**

Conclusione 2: **il risultato sperimentale è in accordo con le previsioni della MQ che è non locale. L'entangled rende possibili correlazioni superluminali, ma l'invio di tali segnali non è permesso. La teoria della relatività non viene violata!**

6.b. LA VITA IN UN SISTEMA ENTANGLED.

Sorgono a questo punto domande del tipo : esistono nel mondo macroscopico vivente e non sistemi interlacciati? Sono gli esseri umani collegati dall'entangled? Molte sciocchezze sono state dette e scritte a riguardo.

Il fatto è che è praticamente impossibile che esistano sistemi macroscopici ,addirittura viventi interlacciati tra loro. Vediamo perchè.

Un sistema ,ad esempio di due fotoni, rimane in uno stato entangled fino a che non viene fatta una misura su uno di essi,questo determina istantaneamente la conoscenza della proprietà relativa a quella misura dell'altro fotone. A questo punto i due fotoni non sono più interlacciati ma diventano particelle libere indipendenti. Ora due fotoni entangled sono oggetti molto particolari ed hanno la possibilità muovendosi in una guida d'onda di percorrere centinaia di chilometri in tempi brevissimi ,viaggiando alla velocità della luce ,rimanendo interlacciati cioè senza cambiare il loro stato iniziale .

Il problema è quello di mantenere la coerenza di un sistema interlacciato. Come si comporta un sistema interlacciato se messo in contatto con l'ambiente tipicamente sottoposto a temperatura ambiente? Un tale sistema è in costante contatto termico con l'esterno e scambia costantemente energia con l'ambiente, quindi viene continuamente misurato ,osservato insomma interagisce! Questo distrugge l'eventuale interlacciamento del sistema . Lo stato di entangled è molto delicato ,si perde in tempi brevissimi a maggior ragione se è a temperatura ambiente. Qualcosa puo' accadere nel mantenimento dell'entangled a temperature vicino allo zero assoluto, -273 º C.
Vediamo un eperimento fatto nel **2009** (Poletto). Il sistema in questione è un **qu-bit** (vedremo in seguito di cosa si tratta) che oscilla tra gli stati **0 e 1. Le sue dimensioni sono dell'ordine del micron e la temperatura vicinissima allo zero assoluto.(0,5 K) .** L'oscillazione varia tra 0 e 1 per tempi brevissimi ,circa **1 nanosecondo, in questo tempo rimane quantistico**. **Poi al passare del tempo 5, 6 nanosecodi perde tali proprietà e diventa classico.**

Quindi avere sistemi macroscopici a temperatura ambiente interlacciati è praticamente impossibile, si potrebbero avere tali sistemi intorno allo zero assoluto. Studi recenti mettono in luce una possibilità di coerenza ed interlacciamento in sistemi biologici microscopici a temperatura ambiente per tempi brevissimi.

6.c. CENNI DI CRITTOGRAFIA QUANTISTICA.

Il problema è quello di mandare un messaggio ad un destinatario in modo tale che solo esso possa comprenderlo. Il messaggio prende il nome di ***testo in chiaro***. Esso viene sottoposto ad un processo di ***cifratura*** che lo trasforma in un ***crittogramma***.Il punto fodamentale è la ***chiave*** che permette di ***decifrare*** il crittogramma e riportarlo in chiaro. Il crittogramma viene inviato su di un canale di comunicazione (telefono,fax,...) che si chiama ***canale ordinario***. Si deve però fare i conti con la possibilità che tale crittogramma venga intercettato da un esterno (spia,...) che cercherà di ***decrittarlo*** e porlo in chiaro. Il destinatario invece lo ***decifrerà*** conoscendo la chiave. Quindi appare chiaro che la conoscenza della chiave da parte del mittente e del destinatario è il punto fondamentale per la trasmissione . Il fatto è che la comunicazione della chiave da parte del mittente deve seguire un canale di trasmissione assolutamente sicuro. Non staremo ora a descrivere metodi di cifratura che si sono succeduti nel tempo ma andremo quasi subito al nocciolo della questione di come la MQ può risolvere brillantemente il problema.

Facciamo quindi prima un esempio. **Si vuole prima provare che se due persone vogliono scambiarsi un messaggio che resti segreto tra loro e dispongono entrambi della stessa sequenza casuale di numeri , che rappresenterà la chiave, allora potranno trasmettersi un messaggio inviolabile.**

Supponiamo che Giuseppe voglia trasmettere a Caterina il messaggio *" Ti amo "*. Supponiamo inoltre che abbia trovato un modo per cifrarlo. Se il messaggio ha 10 cifre e Giuseppe dispone di 5 numeri casuali di 2 cifre ,sommerà tali numeri alle cfre del messaggio a gruppi di 2 ed otterrà il crittogramma . Esempio : **messaggio cfrato 2009011315**

numeri casuali 0634721203

la somma darà 2643732518

Il destinatario sottrarrà la chiave in suo possesso da tale somma ed otterrà il messaggio cifrato. Si osserva che la conoscenza del crittogramma non contiene alcuna informazione sul testo in chiaro. Indovinare il testo in chiaro senza conoscere il crittogramma è altrettanto difficile che indovinarlo senza conoscerlo. **I tentativi di intercettazione sono inutili.**

Usando fotoni si ottiene un sistema inviolabile per crittografare.

Abbiamo una sorgente di fotoni che emette ad esempio 2 fotoni al secondo che si propagano in direzioni opposte verso il mittente Caterina e verso il ricevente Giuseppe. Lo stato della coppia sarà uno stato entangled del tipo:

$$|\boldsymbol{\Psi}> = \mathbf{1/\sqrt{2}}|1,\mathbf{V}> \ |2,\mathbf{V}> + \ \mathbf{1/\sqrt{2}}|1,\mathbf{O}> \ |2,\mathbf{O}> = \mathbf{1/\sqrt{2}|1,45>|2,45> + 1/\sqrt{2}|1,135>|2,135>)}$$

i due si sono accordati di fare misure di polarizzazione lungo V ed a 45º ma non sulla successione delle misure che ognuno farà a caso. Scriveranno 0 quando il fotone supera il test ed 1 quando non lo supera. Le misure eseguite verranno annotate (V o 45º). Alla fine disporranno di una tabella con gli esiti delle misure. **Si ribadisce che gli esiti delle misure sono casuali.**

Ora Caterina e Giuseppe annunciano pubblicamente la direzione scelta in ciascuna misura. Quindi eliminano dall'elenco dei loro risultati i casi in cui hanno eseguito misure lungo **direzioni diverse** salvando i rimanenti risultati. Otterranno una stringa di 0 ed 1 uguale per entrambi e lunga circa la metà. (notiamo che i risultati lungo la stessa direzione devono coincidere per la proprietà di entangled).

Il problema sembrerebbe risolto ,infatti essi dipongono di due sucessioni casuali ed identiche di 0 ed 1 ideale per una chiave!

Può essere che una eventuale spia possa essere entrata in possesso della chiave? Per non vanificare il loro lavoro devono poter escludere che qualcuno possa essersi impadronito di tale stringa o che qualcuno possa aver truccato la sorgente facendola emettere ad esempio 3 fotoni in modo tale che dalle misure sul terzo si possano dedurre i loro risultati.

Alice		Bob		chiave
filtro utilizzato	esito della misura	filtro utilizzato	esito della misura	
▮	1	⁄	0	
⁄	0	▮	1	
▮	1	▮	1	1
▮	0	⁄	1	
⁄	0	⁄	0	0
⁄	1	⁄	1	1
⁄	0	▮	1	
▮	1	⁄	0	
▮	0	▮	0	0
▮	1	⁄	1	
⁄	0	⁄	0	0

A questo scopo i due espongono pubblicamente i loro risultati ad esempio nei numeri pari di misura. Lo scopo è la verifica che coincidano ,quindi non ci siano state interferenze esterne. Ovviamente tali risultati sono noti e quindi non più utilizzabili; la stringa si riduce. Ora esiste un teorema di MQ che esprime il fatto che una qualunque interferenza esterna atta a scoprire la natura della stringa comporta che vadano perse le correlezioni tra gli esiti di Caterina e Giuseppe**.**

Si può dimostrare che l'evento che su 100 misure gli esiti risultino coincidenti in presenza dell'interferenza di una spia è dell'ordine di una volta su diecimila miliardi di casi.

Questo comporta che Caterina e Giuseppe dispongono di stringhe casuali di cui nessuno ne è a conoscenza! In pratica l'interferenza di una spia distrugge in modo estremamente evidente la coincidenza tra le misure.

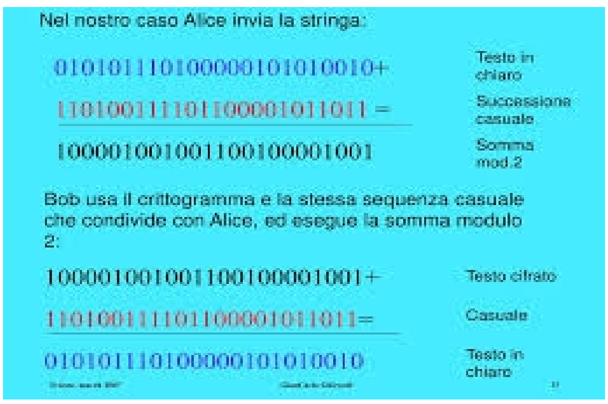
Ora Caterina vorrà dire a Giuseppe che lo ama segretamente. Cosa farà?

1) Scriverà il suo messaggio in chiaro e lo cifrerà in un modo anche semplice,ad esempio lettera e numero dell'alfabeto o meglio tutto in codice binario AscII di 0 e 1 .

2) Sommerà a tale messaggio la stringa casuale senza riporto

3) Otterrà il crittogramma che trasmetterà sul canale pubblico.

Giuseppe ricevuto il crittogramma eseguira l'oprazione inversa (crittogramma meno stringa) e scoprirà il messaggio. Di seguito alcune immagini di quanto spiegato. I due innamorati sono ora Alice e Bob.



In questo caso a differenza della crittografia classica il mittente ed il destinatario possono accorgersi dei tentativi di intercettazione. Il difficile è mantenere la correlazione quantistica entangled tra fotoni lontani. Recentemente si è arrivati ad una distanza di 20 km.

6.d. I COMPUTER QUANTOMECCANICI.

Lo scopo di questo capitolo è quella di mostrare in qualche caso particolare come la MQ possa ,almeno in linea di principio, produrre un salto di qualità riguardo alle operazioni base dei computer e cioè quelle di immagazinare , manipolare informazioni e trasmetterle. In linea di principio in quanto la realizzazione pratica di tali dispositivi presenta ancora delle difficoltà ,anche se probabilmente nel giro di qualche anno tale progetto verrà realizzato.

L'idea dei computer quantistici nasce all'inizio degli anni **'80**, quando la forte spinta a costruire componenti elettronici sempre più miniaturizzati (circuiti integrati), porta gli ingegneri a dover avere a che fare con pochi atomi. A questi livelli microscopici le leggi classiche non forniscono una corretta descrizione dei problemi ed è necessario ricorrere alla MQ. Dal punto di vista teorico si cimentò in merito il grande fisico **Richard P. Feynman** del California Istitute of Technology nel **1984**,nobel nel 1965 per la QED. Negli ultimi dieci anni **David Deutsch** ha dato importantissimi contributi in merito.

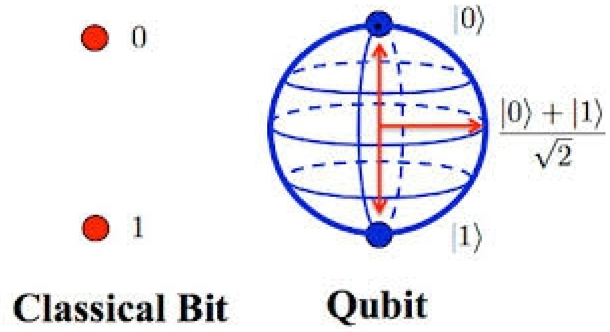
La teoria dell'informazione è quella teoria matematica che tratta della trasmissone ,dello stoccaggio e dell'elaborazione dei dati. Riguardo i primi due aspetti **Claude Shannon** ha fornito importanti contributi nel **1948**, il problema dell'elaborazione è stato oggetto di sudi dal **1935** da parte del grande matematico britannico **Alan Turing** che con la sua analisi della **macchina** dette contributi fondamentali nel campo della logica formale.

6.d.1 Bits classici e bits quantistici.

L'informazione è fisica e va quantificata ed incorporata in elementi fisici. L'elemento fondamentale è il **bit** che rappresenta l'informazione corrispondente a due alternative possibili. Sta per **binary digit** e si fa riferimento al sistema binario fatto di **0 ed 1,**. con bit indichiamo anche l'elemento fisico che lo contiene. Con il bit classico è possibile mandare solo due messaggi ,ad esempio lo **0** potrebbe significare che Caterina potrà in contrare Giuseppe mentre l' **1** che ciò non è possibile. Giuseppe legge il codice e capisce. Per un sistema quantomeccanico non è cosi'.

Chiameremo i **bit classici (0) ed (1) , quelli quantistici |0> ed |1> .** Nel caso quantistico , a seguito del principio di sovrapposizione, se un sistema può trovarsi sia nello stato **|0>** che nello stato **|1>** allora potrà trovarsi nello stato combinazione lineare dei due e cioè **:**
$\Psi > = a|0> + b|1>$ con $a^2 + b^2 = 1$ normalizzazione della probabiità.

Noi useremo una notazione già vista ma equivalente : $|\Psi > = 1/\sqrt{2}\,(|0> + |1>)$ **6.d.1**



Come possiamo preparare un bit quantistico?

Si ricorre ai **“quantum dots”.** Si tratta di un singolo ione intrappolato tra atomi. Sia **|0>** lo stato di più bassa energia. Colpito da una luce laser ,per un tempo **T** , di frequenza opportuna compie una transizione nel più vicino stato eccitato **|1 >.** tale stato può essere disfatto e con analoga procedura può ritornare alo stato **|0>.** Il fatto interessante è che tale sistema viene colpito dalla luce laser per un tempo **T/2** allora lo stato finale è proprio la sovrapposizione dei due stati!

Quindi il qubit è realizzabile.

6.d.2. Stoccaggio di numeri e bits quantistici.

Supponiamo di voler immagazzinare in un gruppo di bits un numero in notazione binaria. Consideriamo numeri in notazione binaria che richiedono al massimo sei cifre. Allora il numero binario **111001 = 57.** Infatti **111001 = $1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0$ = 57.** Nel caso classico utilizzeremo tutti e **6** i nostri bits **(1)(1)(1)(0)(0)(1).**

Supponiamo ora di disporre i 6 bits quantistici nello stato di sovrapposizione 6.d.1. Avremo la seguente combinazione lineare di **64** stati (**2^6 permutazione con ripetizione di 2 elementi a gruppi di 6):**

|Π > = 1/8 (|000000 > + |000001 >+|000010 > +... +|100000 >+|100001 >+...+|111111 >)

Il fatto stupefacente è che |Π > contiene tuti i numeri da |000000 > a |111111 > cioè da 0 a 63.

Quindi lo stesso numero di bits necessari per immagazinare a livello classico un numero di 6 cifre binarie , ci consente di disporre potenzialmente di tutti i numeri con un masimo di 6 cifre in notazione binaria.

6.d.3. Complessità computazionale.

Vediamo subito un esempio : il problema del **commesso viaggiatore.** Il commesso deve far visita a **N** clienti in una determinata regione. Il problema consiste nel determinare **l'ordine di visita in modo da minimizzare la distanza percorsa.** Quanti passi deve fare un computer per risolvere un problema di questo tipo? In questo caso la complessità è esponenziale ed i passi **P sono 10^{N}.** Ora se **N = 50 , P=10^{50}. , cioè 1 seguito da 50 zeri! Un siffatto problema non è risolvibile in tempi ragionevoli nemmeno dai più sofisticati calcolatori classici.**

Senza entrare in dettaglio utilizzando **computer quantistici** si è visto che problemi complessi (ad esempio il problema della fattorizzazione di un numero primo di 129 cifre) richiedevano migliaia di computer operanti insieme per tempi di **diversi mesi** sono stati risolti in tempi di **qualche secondo!**

Malgrado ciò sul problema del commesso viaggiatore non è stato trovato ancora un algoritmo risolutivo.

CONCLUSIONI.

Le conclusioni di questo lavoro riguardano principalmenet le sensazioni che ho avuto cimentandomi in questa attività. Gli argomenti inerenti la MQ sono complessi concettualmente oltre che tecnicamente. All'Università avevo imparato la tecnica ,la matematica della meccanica quantistica ,ora che quelle cose sono ben che dimenticate e direi difficilmente raggiungibili, sento e capisco come sotto quel mare di calcoli ci fossero argomenti ben più sottili ,ben più coinvolgenti, ben più profondi . Per questo ho deciso ,non senza qualche riluttanza,qualche rifiuto in itinere di portare avanti il lavoro e possibilmente di presentarlo. Quanto esposto fa riferimento a tre testi che ho messo nella bibliografia.

Il pubblico a cui è rivolto è un pubblico interessato e curioso, non sono necessarie particolari competenze di matematica o di fisica in quanto ho cercato di evitare questioni matematicamente complesse. Qualche esposizione tecnica con relativi calcoli è presente nelle appendici.

Certo la curiosità e la pazienza sono fondamentali. La pazienza di non capire subito confidando di capire poi. In un mondo in cui l'informazione viaggia veloce non è semplice aspettare per capire ma lo hanno fatto i grandi fisici di quegli anni tra frustazioni e rifiuti ma anche tra entusiasmi e speranze .

Alcuni argomenti e principi : il principio di indeterminazione, il collasso della funzione d'onda , il concetto di probabilità intrinseco nella teoria,gli stati interlacciati (entangled), la non località della teoria pur nel rispetto della relatività ristretta vanno in contrasto non solo con la fisica classica ma anche con il senso comune a cui è difficile rinunciare.

Un' avventura quindi nel mondo microscopico che tanto si differenzia dal nostro mondo ,quello di tutti i giorni, quello macroscopico.

BIBLIOGRAFIA.

INFN Sezione di Roma https://www.roma1. Infn.it PDF

Gian Carlo Ghirardi - Un occhiata alle carte di Dio - Il Saggiatore ed.

P.Caldirola-G.Casati-F.Tealdi - Nuovo corso di fisica 3 – Ghisetti e Corvi ed.

Leonard Susskind - Art Friedmann – Meccanica Quantistica – Raffaello Cortina ed.